L'orientamento angolare nei rilievi GPS

Questa è una di quelle problematiche che ho avuto modo di esporre pubblicamente ormai oltre sette fa senza nel frattempo riscontrare alcuna modifica in Pregeo, né sul programma in sé, né sulla documentazione tecnica a corredo dello stesso. La illustro come al solito mediante un esempio. Prendiamo in esame questo libretto Pregeo:

```
0|10102021|97|A093|0010|1|ROSSI GIANNI|GEOMETRA|PADOVA|
9|0|10|20|0|PREGEO 10.6.2-G,APAG 2.12|FR|GEOMAX ZENITH 35P|
1|100|4348928.51,919035.07,4559246.56|0.000|
6|L2|09042014-16:00|09042014-16:00|RTK|PDOP=3|
2|101|0.011,-0.045,-0.080|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0.000|
2|102|-4.293,-6.350,4.890|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0.000|
2|1004|-5.548,-8.410,6.830|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0.000|
2|1211|215.766,65.249,-230.123|0,0,0,0,0,0|PDOP=3|0.000|
```

Lo trovate nella cartella *Pregeo* del materiale a corredo del libro, è il file *Pregeo_SQM.DAT*. Me lo mandò un collega appunto nel 2014 (il nome in riga zero l'ho sostituito con il mio per ovvie ragioni di privacy) e, nella versione originale, contiene un rilievo GPS di alcune decine di punti.

Il listato qui riprodotto è invece limitato solo ad alcuni punti al fine di una migliore comprensione.

Cos'ha di strano questo libretto?

Vi tolgo subito la curiosità:

Niente!

È un normalissimo rilievo GPS la cui base è codificata nelle righe 1-6,

mentre le baseline dei punti sono codificate nelle successive righe 2 e non riportano i valori della matrice di varianza-covarianza (posti tutti a zero), perché si tratta di distanze inferiori ai 5 km. Preciso inoltre che, in realtà, il punto 1004 è un PF, ma l'ho rinominato per evitare l'inquadramento cartografico di Pregeo, così da ottenere dal software un calcolo topografico "puro". Per lo stesso motivo, ho impostato a zero in riga 9 sia la *Est media* che la *Quota sul livello medio del mare*, in modo da escludere in Pregeo qualsiasi proiezione cartografica. Bene, provate a importare in Pregeo questo libretto e ad elaborarlo. Questi sono i risultati che vi escono:

```
Compensazione Planimetrica
Rilievo eseguito con un numero minimo di osservazioni
Ellissi ed s.q.m. sono calcolati in funzione
delle precisioni strumentali dichiarate

s.q.m. dell'unita' di peso a priori        0.03162
s.q.m. dell'unita' di peso a posteriori    0.01118
s.q.m. dell'unita' di peso interna         0.03162
s.q.m. dell'unita' di peso esterna         0.35355

Numero di cicli di compensazione 3

Valore del massimo semiasse maggiore delle ellissi d'errore
= 3805.025 > 0.100 m corrispondente al punto 1211

Punti della Rete
                                                  semi-  semi-
                                                  asse   asse
nome     nord    sqm        est     sqm           Max    Min   inclin.
100     0.000 ±0.012      0.000 ±0.010         0.016  0.000  56.406
101    -0.057 ±0.012     -0.046 ±0.010         0.016  0.000  56.406

Punti di Dettaglio
                                                  semi-  semi-
                                                  asse   asse
nome     nord      sqm       est      sqm         Max    Min   inclin.
102     7.362 ±62.657    -5.325  ±87.339     107.490  0.417  39.617
1004    9.900 ±83.409    -7.081  ±117.328    143.955  0.417  39.343
1211 -321.431 ±227.489   19.227  ±3798.211  3805.018 0.289   3.808

Correzioni d'orientamento e relativi sqm

nome stazione         N. ripetiz. Correzione[GC]   sqm[CC]
100                       0          0.00000     ±7523358.15
```

Analizziamoli andando per gradi. Innanzi tutto notiamo subito che i punti del rilievo vengono suddivisi in due sezioni: *Punti della Rete* e *Punti di Dettaglio*. Nella prima vengono elencati la base GPS 100 e il primo punto (riga 2) che nel libretto si trova subito dopo, il 101. Nella seconda sono invece listati i rimanenti punti. E qui cominciano già gli interrogativi:

Ma che "rete" è quella definita dalla sezione "Punti della Rete"?

Pongo questa domanda perché non vorrei che, trattandosi di un rilievo GPS, qualcuno pensasse alle reti di stazioni permanenti utilizzate nella modalità NRTK. No, non c'entra niente la rete di basi GPS, qui si tratta di una "rete" che Pregeo definisce a sua discrezione componendola, per l'appunto, con la base GPS 100 e il punto di cui alla prima riga 2 immediatamente successiva alle righe 1 e 6 che definiscono la base stessa. Già questa è per me una stranezza incomprensibile perché mi chiedo:

Ma che "rete" viene a crearsi tra la base GPS e il primo punto che nel libretto si trova casualmente inserito subito dopo?

Ma continuiamo con i risultati. Nel listato di Pregeo qui sopra ho evidenziato in rosso quelli che balzano all'occhio in maniera eclatante:

- Il valore del massimo semiasse maggiore delle ellissi d'errore sul punto 1211, pari a ben 3805.025 (cioè 3.8 km), ovviamente macroscopicamente maggiore dei 10 cm ammessi da Pregeo.
- Gli sqm dei *Punti di dettaglio* presentano valori altrettanto esorbitanti.

A cosa sono dovuti questi risultati abnormi?

Anche se è difficile da concepire, sono dovuti al fatto che il punto 101, che per pura combinazione nel libretto è listato subito dopo la base GPS 100, è vicinissimo alla base stessa (pochi cm). Quando quel collega mi mandò questo libretto Pregeo, non mi riferì il motivo per il quale aveva questo punto così vicino alla base. Ma non è importante conoscerlo perché questa è una circostanza che può benissimo capitare, e infatti è capitata anche ad altri rilevatori GPS. Può succedere, ad esempio, perché all'inizio di un rilievo NRTK si chiede alla rete (quella delle stazioni permanenti) di generare la stazione virtuale (VRS) in locale, cosa sempre consigliata per i motivi detti al paragrafo 5.6.3 *I rischi nell'utilizzo di basi GPS permanenti* a pag. 397. In tale circostanza il topografo può decidere di definire la VRS su un punto preciso da lui scelto, oppure di lasciare che sia la rete stessa a generarla in un punto locale qualsiasi della zona oggetto del rilievo. In quest'ultimo caso, è evidente che tale punto fittizio

della VRS potrà casualmente trovarsi in posizione molto vicina ad uno dei punti che poi saranno rilevati effettivamente. Ma in un rilievo GPS il fatto che un punto sia vicino alla base non comporta alcuna approssimazione né alcun degrado di precisione. I punti GPS vengono rilevati dai satelliti con le precisioni note, a terra non si misurano né angoli né distanze. Pertanto la reciproca posizione dei punti rilevati (base inclusa) non ha alcuna influenza sulla restituzione del rilievo.

E qui probabilmente la parola "angoli" appena citata comincerà a farvi intuire cosa fa Pregeo, e cioè:

- Pregeo crea, come detto, una "rete" costituita dalla stazione GPS e dal punto di cui alla prima riga 2 che trova dopo la stazione stessa.
- Poi calcola l'orientamento angolare del rilievo su questa congiungente tra stazione GPS e primo punto del listato, come se si trattasse di un rilievo TS. Infatti, come possiamo notare nelle righe finali dei risultati riportati a pag. 660, Pregeo parla di *Correzioni d'orientamento e relativi sqm*.

Ma di quale correzione di orientamento si tratta?

Un rilievo GPS è già orientato globalmente, non necessita di nessun orientamento e dà risultati precisi per qualsiasi punto rilevato, indipendentemente dalla sua vicinanza al punto di emanazione del rilievo. Non serve essere esperti topografi per capire che, invece, orientare, in un rilievo TS, una stazione ad un punto molto vicino produce incertezze e imprecisioni elevate. Ma qui non c'è nessuna stazione TS. La base GPS 100 e il punto 101 hanno entrambi identica e ottima precisione perché rilevati dai satelliti. Nessuno ha mai fatto stazione TS sul punto 100 e nessuno l'ha mai orientata sul punto 101. Domanda:

Vi sembra topograficamente corretto questo comportamento di Pregeo?

Lo chiedo perché, oltre tutto, se uno non è conscio di questo procedimento del software, non riceve da Pregeo nessuna indicazione sulla causa del problema. Quindi pensa a qualche suo errore effettivo e perde tempo per cercare di venirne a capo (qualcuno finisce addirittura per alterare il suo stesso rilievo pur di farlo digerire a Pregeo).

La riprova di questa impostazione di Pregeo la si ottiene eliminando il punto 101 e rielaborando il libretto. Così facendo, infatti, Pregeo non fa altro che includere nella "rete" il nuovo punto che trova subito dopo la base GPS, cioè il 102, che nel nostro caso dista circa 9 metri dalla stazione. Con questo nuovo "orientamento" i risultati sono i seguenti:

```
Valore del massimo semiasse maggiore delle ellissi d'errore
= 1.624 > 0.100 m corrispondente al punto 1211

Punti della Rete
                                          semi-  semi-
                                          asse   asse
nome     nord      sqm     est     sqm     Max    Min    inclin.
100     -0.000   ±0.013   0.000  ±0.009   0.016  0.000  139.865
102      7.362   ±0.013  -5.325  ±0.009   0.016  0.000  139.865

Punti di Dettaglio
                                          semi-  semi-
                                          asse   asse
nome     nord      sqm     est     sqm     Max    Min    inclin.
1004     9.900  ±0.038   -7.081  ±0.041   0.054  0.018   47.035
1211  -321.430  ±0.119   19.227  ±1.620   1.624  0.047    4.278
```

In particolare notiamo che:

- il semiasse dell'ellisse è sceso a 1.624 m dai 3805.025 m precedenti;
- gli sqm sono scesi a valori che vanno da 3 cm a 1.60 m.

Gli stessi risultati si ottengono togliendo anche il 102 perché il punto successivo, 1004, (ex PF rinominato) dista più o meno uguale dalla stazione GPS. Finalmente, quando il primo punto diventa il 1211, sufficientemente distante dalla stazione, si hanno tutti gli sqm sotto il metro.

Qui, per comodità, io ho semplicemente eliminato man mano le righe 2 dal libretto, ma in un caso reale basta invece spostare tali righe in posizione inferiore nel libretto finché la prima riga 2 contiene un punto sufficientemente lontano dalla base GPS.

Morale:

Se in un libretto GPS il punto della prima riga 2 che segue le righe 1 e 6 della base GPS è molto vicino alla base stessa, Pregeo non risponde correttamente ai risultati della compensazione. Se invece tale riga 2 viene spostata dopo altre righe 2 che sono invece sufficientemente distanti dalla base, allora i risultati tornano nella norma.

Il problema è che:

Il rilievo è sempre lo stesso!!!

Quello che mi sembra di poter dire al riguardo è che, concettualmente, Pregeo applica criteri di determinazione dei potenziali errori (sqm ed ellissi) che non sono propri della tecnologia GPS con la quale si è eseguito

il rilievo ma sono propri della tradizionale tecnologia TS. A questo si aggiunge il fatto che, anche seguendo la logica di trasformare il rilievo GPS in celerimetrico (logica per me incomprensibile) non si giustifica nemmeno la scelta di utilizzare come orientamento il punto che, per pura casualità, l'utente inserisce per primo dopo la base GPS. Quando ho esposto questa questione su un noto forum di geometri dedicati ai lavori catastali ho ricevuto due diverse versioni di risposte.

Da un lato c'erano i sostenitori del "Pregeo software ufficiale" secondo i quali la ragione tecnica di quel comportamento sarà sicuramente prevista da qualche circolare catastale (ma nessuno è stato in grado di indicarmene nemmeno una).

A questi colleghi ho replicato facendogli notare che, anche in presenza di una qualche motivazione tecnica (ripeto, mai emersa), c'era comunque da chiedersi il motivo per il quale Pregeo, anziché far uscire ellissi di errore di km e sqm spropositati, non si limitasse a emettere un avviso che informasse l'operatore di inserire quale prima riga 2 un punto sufficientemente lontano dalla base. Al che, qualcuno di questi tecnici mi ha addirittura risposto che un "bravo topografo" dedicato al catasto sa benissimo che il primo punto riportato nel libretto delle misure viene per convenzione considerato il punto di orientamento[105]. A questa affermazione ho risposto con la domanda:

In un rilievo GPS???

Ma non ho ricevuto ulteriori repliche. Lascio a voi che leggete le considerazioni su questa visione della questione che, se fossimo in ambito privato, definirei "aziendalista". L'altra versione di risposte che ho ricevuto mi è sembrata invece molto più concreta e verosimile. Questi altri colleghi, pur riconoscendo il problema, sostenevano che lo stesso deriva dal fatto che la tecnologia GPS è stata introdotta in Pregeo solo in un secondo momento e che, pertanto, questo cambiamento in corsa ha comportato due effetti: uno di carattere normativo e l'altro di carattere informatico. Quello normativo consiste nel constatare che le circolari catastali emanate dopo l'introduzione in Pregeo del GPS parlano sempre di "abilitazione" per le misure eseguite con questa tecnologia. Il che farebbe pensare che, nella logica del Catasto, i rilievi GPS devono comunque rispettare quanto previsto dalle precedenti norme tecniche in materia di rilievi

105 Sarebbe stato da chiedere a questi colleghi cosa dovrebbe allora fare un giovane geometra che si approccia alla materia da neofita e che pertanto non può ancora essere, per pure ragioni anagrafiche, un "bravo topografo". Lo lasciamo sbattere la testa contro il muro?

celerimetrici, che altrimenti avrebbero dovuto essere abrogate. Io non sono certo esperto di questioni burocratiche legate alle normative catastali da abrogare o da introdurre, ma nemmeno questa giustificazione mi convince. Non credo infatti che non si potesse emanare una norma che contemplasse le rilevazioni GPS in quanto tali senza doverle assimilare a quelle celerimetriche. Alcuni altri tecnici, favorevoli a questa tesi sulla "normativa tecnica", giustificavano il comportamento di Pregeo con l'esigenza da parte del Catasto di attuare precisi "Controlli Topografici" (scritti rigorosamente con le iniziali maiuscole per sottolinearne l'importanza) che il programma deve necessariamente applicare. Anche questi colleghi, tuttavia, non sono stati in grado di indicare nessun riferimento documentale a tali "Controlli Topografici" che, se esistessero, sarebbe molto interessante analizzare. La motivazione "informatica" mi è invece sembrata più verosimile. Questa si basa sul fatto che Pregeo è nato come software per strumentazione celerimetrica tradizionale ed è stato soltanto "adattato" all'utilizzo del GPS, mantenendo però l'architettura originaria, quando invece l'introduzione della nuova tecnologia ne avrebbe dovuto suggerire una completa riscrittura. Dopo aver sentito tutte queste considerazioni, l'idea che personalmente mi sono fatto circa la scelta degli autori di Pregeo per il comportamento descritto è invece di tipo economico-gestionale. La riscrittura del motore di calcolo avrebbe infatti comportato un investimento non indifferente e a questo esborso se ne sarebbe poi aggiunto uno ancora più cospicuo per tornare a rendere elaborabili i milioni di libretti già presentati negli anni precedenti. Ma si tratta di una mia personale interpretazione che ha un valore soggettivo, quindi molto relativo, così come del resto anche le ipotesi dei colleghi sopra menzionate. D'altra parte non è nemmeno importante risalire alle motivazioni alla base delle scelte degli autori di Pregeo.

La mia conclusione è che devono essere motivazioni di un certo peso se, a distanza di oltre sette anni da quando è stato sollevato il problema, gli stessi autori (o i responsabili del Catasto) non hanno ancora avvertito l'esigenza di modificare la procedura, nemmeno con una semplice nota nella documentazione a corredo del programma che informi l'utilizzatore circa la scelta del primo punto da inserire dopo la base GPS.

Infine, rimando i più appassionati alla topografia alla lettura del paragrafo *Introduzione concettuale alla Teoria degli Errori*, sotto-paragrafo *La compensazione di un rilievo topografico* dove, parlando delle misure GPS a pag. 646 e seguenti, accennavo alla possibile causa di questo comportamento di Pregeo (lo sviluppo dell'equazione che calcola l'angolo tra due punti GPS).

SQM per i punti isolati

Un altro aspetto del calcolo di Pregeo che, sempre dal punto di vista topografico, mi lascia piuttosto perplesso è il fatto che il programma calcoli gli sqm anche quando il rilievo non contiene alcuna iperdeterminazione, cioè non ha sovrabbondanza di misure. Concettualmente questa impostazione non sarebbe di per sé scorretta nel senso che per i punti isodeterminati si possono definire i cosiddetti "sqm a priori", cioè quelli attesi in funzione della geometria del rilievo e delle tolleranze previste per la strumentazione utilizzata (definite in riga 9). Ma gli sqm che denunciano gli effettivi errori di rilevazione sono quelli "a posteriori", cioè quelli derivanti dalle misure effettive, valori che sono determinabili solo quando queste sono sovrabbondanti, come abbiamo visto al precedente paragrafo *Introduzione concettuale alla Teoria degli Errori* a pag. 613. Viceversa, fornire gli sqm finali anche per i punti non iperdeterminati (riportando in realtà quelli a priori), dà l'illusione al tecnico che anche questi punti siano controllati, quando invece non lo sono per niente. Voglio dire, se dai risultati del calcolo di Pregeo vedo che un punto non iperdeterminato ha uno sqm molto contenuto, sono portato a pensare che quel punto sia corretto perché è stato controllato dal calcolo. Invece potrebbe essere sbagliato anche di 10 metri a causa di un errore grossolano del quale non mi accorgo (vedremo questa eventualità più avanti con un esempio). Se poi i valori degli sqm cambiano, non al variare delle misure, ma al variare della sequenza con la quale i punti sono inseriti nel libretto, allora la perplessità diventa davvero forte. Ho quindi voluto sottoporre Pregeo ad ulteriori prove utilizzando sempre il rilievo del libretto di pag. 658 e, per estendere i test anche ai rilievi TS, l'ho riscritto in versione celerimetrica su questo listato:

```
0|10102021|99|A093|0010|1|ROSSI GIANNI|GEOMETRA|PADOVA|
9|0|10|20|0|PREGEO 10.6.0-G,APAG 2.12|FR|GEOMAX ZENITH 35P|
1|100|0.000|
2|101|243.5945|0.073|
2|102|360.1350|9.086|
2|1004|360.4718|12.172|
2|1211|196.1963|322.004|
```

Questo libretto l'ho ottenuto ricavando i dati dal disegno CAD ottenuto dal rilievo GPS originario. Nel caso in esame questa operazione è consentita proprio dal fatto che si tratta di un rilievo senza alcuna iperdeterminazione, per cui i punti non sono soggetti a compensazione (che invece Pregeo applica ugualmente, come vedremo a breve).

Dopodiché ho elaborato con Pregeo sia il libretto GPS originario, sia quest'ultimo trasformato in celerimetrico. Entrambi li ho calcolati due volte: la prima lasciando la riga 2 del punto 101, quello vicino alla stazione GPS, subito dopo la base stessa. La seconda, spostando tale riga in ultima posizione. La Tabella 16 riporta, per ciascuna delle quattro elaborazioni, i quattro valori degli "sqm dell'unità di peso", spiegati al paragrafo sopra citato, che Pregeo mette in evidenza all'inizio dei risultati dell'elaborazione, e cioè:

- *s.q.m. dell'unità di peso a priori*
- *s.q.m. dell'unità di peso a posteriori*
- *s.q.m. dell'unità di peso interna*
- *s.q.m. dell'unità di peso esterna*

Tabella 16 – *I risultati complessivi prodotti da Pregeo in applicazione della teoria degli errori per i due libretti, uno GPS l'altro TS, del rilievo di esempio trattato.*
Legenda delle colonne:
- Tipo rilievo= rilievo celerimetrico (CEL) o GPS.
- Punto 101 = posizione del punto 101 nel libretto Pregeo.
- Sqm priori = s.q.m. dell'unità di peso a priori.
- Sqm posteriori = sqm dell'unità di peso a posteriori.
- Sqm interno = sqm dell'unità di peso interna.
- Sqm esterno = sqm dell'unità di peso esterna.
- Semiasse ellisse = massimo semiasse maggiore delle ellissi d'errore.
- Corr. 100 (cc) = sqm della correzione d'orientamento della stazione 100.

Tipo rilievo	Punto 101	Sqm priori	Sqm posteriori	Sqm Interno	Sqm esterno	Semiasse ellisse	Corr. 100 (cc)
CEL	inizio	0.00500	0.00354	0.00500	0.70690	604.783	-1195789.26
CEL	fine	0.00519	0.00357	0.00519	0.68765	0.193	372.75
GPS	inizio	0.03162	0.01118	0.03162	0.35356	3805.064	7523586.43
GPS	fine	0.03162	0.01118	0.03162	0.35356	1.624	3171.10

Esaminiamo i valori per le quattro elaborazioni svolte. Come possiamo notare, nonostante il rilievo rimanga sempre lo stesso, i risultati mostrano un spiccata variabilità, in particolare per il massimo semiasse maggiore delle ellissi d'errore, come abbiamo già visto in precedenza. Nella Tabella 17 che segue sono invece riportati i risultati della compensazione ottenuti sui singoli punti del rilievo.

Tabella 17 – *I risultati di Pregeo sui punti del rilievo per entrambi i libretti GPS e TS.*
Legenda delle colonne:
- Punto del rilievo.
- Tipo rilievo= rilievo celerimetrico (CEL) o GPS.
- Punto 101 = posizione del punto 101 nel libretto Pregeo.
- Sqm Nord / Est = sqm del punto nelle direzione Nord e Est.
- Semiasse max / min = Semiassi maggiore e minore dell'ellisse d'errore[106].
- Inclinaz. = angolo formato dal semiasse maggiore dell'ellisse e il Nord.

Punto	Tipo rilievo	Punto 101	Sqm Nord	Sqm Est	Semiasse max	Semiasse min	Inclinaz.
100	CEL	inizio	0.004	0.003	0.005	0.000	56.405
	CEL	fine	0.004	0.003	0.005	0.000	139.865
	GPS	inizio	0.012	0.010	0.016	0.000	56.406
	GPS	fine	0.013	0.009	0.016	0.000	139.865
101	CEL	inizio	0.004	0.003	0.005	0.000	56.405
	CEL	fine	0.009	0.007	0.011	0.000	142.950
	GPS	inizio	0.012	0.010	0.016	0.000	56.406
	GPS	fine	0.034	0.033	0.047	0.005	149.106
102	CEL	inizio	-9.959	13.882	17.085	0.066	39.618
	CEL	fine	0.004	0.003	0.005	0.000	139.865
	GPS	inizio	-62.657	-87.340	107.491	0.417	39.617
	GPS	fine	0.013	0.009	0.016	0.000	139.865
1004	CEL	inizio	-13.258	-18.649	22.882	0.066	39.344
	CEL	fine	0.009	0.005	0.009	0.004	74.084
	GPS	inizio	-83.409	-117.330	143.957	0.417	39.343
	GPS	fine	0.038	0.041	0.054	0.018	47.036
1211	CEL	inizio	-36.160	-603.714	604.796	0.044	3.809
	CEL	fine	0.020	0.193	0.193	0.014	4.718
	GPS	inizio	-227.491	-3798.257	3805.064	0.289	3.808
	GPS	fine	0.119	1.620	1.624	0.047	4.278

Si tratta degli sqm Nord / Est e dei dati dell'ellisse d'errore (semiassi e inclinazione). Ma come detto, questo rilievo non presenta osservazioni

106 Non ho mai capito perché Pregeo definisca i due semiassi dell'ellisse con *max* = massimo e *min* = minimo, visto che gli assi di un'ellisse sono soltanto due e vengono da sempre denominati semplicemente "asse maggiore" e "asse minore".

sovrabbondanti e infatti lo stesso Pregeo al termine dell'elaborazione riporta la dicitura:

Rilievo eseguito con un numero minimo di osservazioni.

Pertanto, l'applicazione della teoria degli errori può soltanto fornire una stima "a priori" degli errori potenziali in funzione della geometria del rilievo e delle tolleranze previste dalla strumentazione utilizzata. Infatti, tornando alla Tabella 16 a pag. 666, gli "Sqm priori" (sqm dell'unità di peso a priori) sono sempre identici agli "Sqm int." (sqm dell'unità di peso interna) che sono invece gli sqm a posteriori risultanti dalla compensazione ai minimi vincoli. Come detto sopra, inoltre, secondo la teoria degli errori, gli "Sqm post" (sqm dell'unità di peso a posteriori) sono calcolabili solo in funzione della sovrabbondanza di misure tramite compensazione ai minimi quadrati. Il fatto che Pregeo li calcoli "a prescindere", mi suscita anch'esso non poche perplessità. Sempre in Tabella 16, guardiamo ora i valori del "Semiasse ellisse" (massimo semiasse maggiore delle ellissi d'errore), tenendo separati i due rilievi celerimetrico e GPS. Per il celerimetrico si passa da 604.796 metri a 0.193 metri; per il GPS da 3805.064 metri a 1.624 metri. Le stesse abnormi differenze si evidenziano anche in Tabella 17 sui risultati dei singoli punti man mano che questi si allontanano dalla stazione 100.

Cosa possiamo dedurre da questa disamina sul calcolo di Pregeo?

Cerco di riassumere qui di seguito quelle che, per quanto detto, si sono dimostrate essere le assunzioni adottate da Pregeo nel calcolo dei rilievi. Si tratta di impostazioni che, a mio parere, si discostano dall'applicazione rigorosa di quanto previsto dalla letteratura topografica e che potrebbero pertanto essere motivo di interpretazioni errate.

1. Pregeo trasforma le rilevazioni GPS come se fossero generate da una celerimensura, calcola quindi correzioni angolari anche laddove non è stato misurato nessun angolo e utilizza tali correzioni angolari per calcolare gli sqm dei punti.
2. Il primo punto (riga 2) che casualmente si trova subito dopo la stazione GPS o la prima stazione TS viene automaticamente assunto quale punto di orientamento del rilievo (anche nei rilievi GPS), utilizzandolo ai fini del calcolo di sqm ed ellissi. Il tutto senza che questa impostazione sia resa esplicita al tecnico utilizzatore.
3. Pregeo fornisce gli sqm finali anche per i punti isodeterminati, ma per questi punti esibisce in realtà gli "sqm a priori", cioè attesi in funzione

della geometria del rilievo e delle tolleranze della strumentazione utilizzata (inserite in riga 9), e non "sqm posteriori", cioè derivanti dalle rilevazioni effettive quando queste sono sovrabbondanti. Questo può far credere al tecnico che anche tali punti siano controllati quando invece non lo sono.

4. Adottando il metodo di cui al punto 3 qui sopra, Pregeo produce, per i punti effettivamente iperdeterminati, degli sqm di dubbia interpretazione proprio perché vengono trattati unitamente a quelli dei punti isodeterminati.

I primi due punti gli abbiamo già visti al precedente paragrafo *L'orientamento angolare nei rilievi GPS* a pag. 658. Per quanto riguarda invece gli ultimi due, mi rendo conto che possano essere considerati piuttosto "forti" e voglio pertanto darne conto anche in questo caso mediante un esempio concreto. Il lavoro che utilizzerò è quello riprodotto dalle tabelle di Geocat in Figura 435. Si tratta di un rilievo misto GPS (NRTK) + TS realmente svolto da me e da un mio collega per una riconfinazione[107]. In realtà, il rilievo originario conteneva molti più punti di quelli limitati, per semplicità, in questo esempio, e includeva inoltre anche misure di distanze dirette, cioè prese con la cordella metrica su alcuni fabbricati e inserite con la notazione degli allineamenti. Tuttavia dall'esempio che svilupperò qui ho rimosso queste misure, sia per renderlo più semplice da seguire, sia perché, lasciando quegli allineamenti, Pregeo fornisce risultati ancora una volta diversi, modificando a ritroso le coordinate dei punti GPS e TS a partire dagli allineamenti stessi, come vedremo al successivo paragrafo *SQM da zero a normali ad abnormi* a pag. 697. Si tratta di un'altra impostazione poco condivisibile perché è evidente che i punti rilevati speditivamente con cordella metrica o disto a partire da punti GPS non possono avere un peso pari alle stesse rilevazioni che li hanno generati. Questo argomento meriterebbe un'ulteriore e approfondita analisi sui pesi da attribuire alle diverse strumentazioni utilizzate, un tema delicato che presuppone la conoscenza del calcolo di compensazione "pesato" la cui trattazione va ampiamente oltre gli scopi di questo libro.

107 Per i più appassionati, preciso che il caso qui esposto è stato magistralmente trattato dal Prof. Luciano Surace in una lezione del corso 297 - *Geodesia e Cartografia per Geometri - Mod. 3 - Posizionamento e Cartografia* presente su sito www.corsigeometri.it. La lezione (estrapolata dal corso) è disponibile gratuitamente sul sito stesso e ha per titolo: *Compensazione di un rilievo misto GPS, stazione totale, allineamenti*.

GPS Baseline PREGEO_PUNTI_ISOLATI.DB:2

	Staz.	Punto	C.p.	H	Dx	Dy	Dz	Nota	Dop	C.
1	1000	100		2.000	-8.148	-44.783	11.276		2	
2		300		2.000	-2.812	-0.619	6.802		2	
3		400		2.000	27.362	-27.987	-38.496		2	
4		500		2.000	-43.589	66.235	86.167		2	
5		1010		2.000	-32.427	46.322	63.879		2	
6		1041		2.000	164.109	-222.805	-155.120		2	
7		1042		2.000	159.316	-224.301	-149.880		2	
8										

Libretto di campagna PREGEO_PUNTI_ISOLATI.DB:1

	Staz.	Punto	C.p.	H. pr.	Ang. az.	Dist.i.	Ang. zt.	C.	Nota
1	100	200		1.652	327.9652	21.583	91.1789		STAZ. 200
2		101		1.652	344.4519	8.148	86.1232		spigolo
3		102		1.652	378.3952	9.742	86.2223		spigolo
4		103		1.652	360.4082	17.485	90.7817		spigolo
5		300		1.652	113.4861	44.682	90.4727		STAZ. 300
6		400		1.652	184.6843	63.393	109.1003		STAZ. 400
7	200	100		1.589	102.2506	21.570	108.8235		STAZ. 100
8		101		1.589	92.8148	13.823	101.8223		SF ex 34 ex 28
9		201		1.589	27.3131	9.817	99.0791		SF ex 37
10	500	501		1.723	290.9293	12.110	97.2341		picchetto legno
11		502		1.723	227.8969	20.098	132.8727		picchetto legno
12		1010		1.723	240.0634	32.007	122.6480		picchetto legno
13									

Figura 435 – *Estratto di un rilievo tratto da un lavoro molto più vasto composto da alcune centinaia di punti. I punti 102, 103, 201, 501, 502, 1041, 1042 sono isodeterminati (presenti solo una volta nelle baseline GPS o nel rilievo TS). Si tratta di punti non significativi ai fini del lavoro svolto (riconfinazione) utilizzati per mettere in evidenza i risultati di attendibilità forniti da Pregeo.*

Il libretto Pregeo di questo rilievo è riportato a pagina seguente (il punto 201 è evidenziato in rosso per quanto vedremo in seguito). Ora, per trattare in maniera approfondita il calcolo di compensazione di un rilievo come questo (GPS + TS), è necessario un corso vero e proprio come quello citato alla nota 107 a pag. 669. Ma per capire concettualmente quello che desidero illustrare è sufficiente consultare la descrizione del calcolo compensatorio al paragrafo *Introduzione concettuale alla Teoria degli Errori* a pag. 613.

```
0|201021|99|E970B|0030|172|GIANNI ROSSI|GEOMETRA|PADOVA|
9|0|10|20|0|10.6.1|FR|GEOMAX ZENITH 35P|
1|1000|4365526.00,900028.98,4547094.03|0.000|
6|L2|21032019-11:00|21032019-15:00|RTK|PDOP=2|
2|100|-8.148,-44.783,11.276|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.000|
2|300|-2.812,-0.619,6.802|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.000|
2|400|27.362,-27.987,-38.496|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.000|
2|500|-43.589,66.235,86.167|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.000|
2|1010|-32.427,46.322,63.879|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.000|
2|1041|164.109,-222.805,-155.120|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.000|
2|1042|159.316,-224.301,-149.880|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.000|
1|100|0.000|
2|200|327.9652|100.0000|21.376|0.000|ST 200|
2|101|344.4519|7.955|SF ex 28|
2|102|378.3952|9.515|SF ex 29|
2|103|360.4082|17.302|SF ex 30|
2|300|113.4861|44.183|ST 300|
2|400|184.6843|62.746|ST 400|
1|200|0.000|
2|100|102.2506|100.0000|21.363|0.000|ST 100|
2|101|92.8148|13.823|SF ex 34 ex 28 da 100|
2|201|27.3131|9.816|SF ex 37|
1|500|0.000|
2|501|290.9293|12.099|PL|
2|502|227.8969|17.478|PL|
2|1010|240.0634|30.003|PL|
```

Guardando le tabelle di Geocat in Figura 435, si può notare che il rilievo contiene i seguenti punti isodeterminati: 102, 103, 201, 501, 502, 1041, 1042. Questi appaiono infatti una sola volta in tutto il rilievo (nella tabella TS o in quella GPS) e non presentano pertanto alcuna sovrabbondanza di misure che ne permetta il controllo. Essendo questo un rilievo svolto da me personalmente, mi si potrà dire che lasciando queste "foglie al vento" non ho operato con la dovuta diligenza topografica. E sarebbe un'osservazione corretta. Tuttavia preciso che quei punti (che in questo estratto sembrano la maggioranza del rilievo mentre invece sono una parte irrisoria dello stesso) erano costituiti da elementi di corollario (piante presenti sul posto, residui di un rudere, ecc.), non necessari alla risoluzione della riconfinazione e rilevati al solo scopo di rendere la restituzione grafica del lavoro più espressiva della realtà dei luoghi.

Fatta questa precisazione, procediamo ad elaborare il rilievo con Pregeo, ottenendo questi risultati:

```
s.q.m. dell'unita' di peso a priori          0.02137
s.q.m. dell'unita' di peso a posteriori      0.01882
s.q.m. dell'unita' di peso interna           0.02367
s.q.m. dell'unita' di peso esterna           0.79484
Numero di cicli di compensazione 4
Punti della Rete
                                                      semi-   semi-
                                                      asse    asse
nome      nord     sqm       est      sqm            Max     Min     inclin.
1000       0.002  ±0.014    -0.003   ±0.015         0.015   0.014   198.954
100       20.057  ±0.006   -42.205   ±0.015         0.015   0.005    13.953
300        6.819  ±0.022    -0.051   ±0.013         0.023   0.012   112.058
400      -42.002  ±0.011   -32.944   ±0.022         0.023   0.010    19.014
500       81.152  ±0.022    73.709   ±0.029         0.029   0.021   182.242
1010      60.581  ±0.025    51.876   ±0.029         0.031   0.022   167.571
200       30.891  ±0.012   -60.622   ±0.021         0.023   0.006    31.482
101       25.720  ±0.007   -47.809   ±0.018         0.018   0.005    19.296

Punti di dettaglio
                                                      semi-   semi-
                                                      asse    asse
nome      nord     sqm       est      sqm            Max     Min     inclin.
1041 -191.128  ±0.076   -251.364   ±0.063         0.097   0.017   143.770
1042 -183.893  ±0.076   -251.861   ±0.062         0.096   0.017   142.866
102       29.283  ±0.012    -44.531   ±0.019         0.020   0.010    21.135
103       34.990  ±0.012    -50.944   ±0.022         0.024   0.008    25.448
201       36.795  ±0.011    -52.780   ±0.025         0.025   0.010    12.821
501       81.676  ±0.015     61.622   ±0.031         0.032   0.013    17.746
502       66.968  ±0.017     63.497   ±0.025         0.026   0.016    16.346
```

Qui ho evidenziato in rosso il punto 201, vale a dire uno di quelli isodeterminati ("foglie al vento") per far notare che lo sqm risulta pari a 1.1 cm Nord e 2.5 cm Est.

Cosa pensereste voi leggendo questi valori?

Io penserei che si tratta di un punto "buono". In un lavoro come questo un errore di 1 o 2 cm è ampiamente tollerato. Quindi me ne starei tranquillo essendo sicuro che questo punto, così come tutti gli altri non iperdeterminati, ha superato il controllo dello sqm. Bene, adesso facciamo un piccolo imbroglio: modifichiamo nel libretto delle misure di pag. 671 la distanza della rilevazione TS dalla stazione 200 al punto 201, portandola da 9.816 a 19.816, simulando un banale errore di trascrizione:

```
2|201|27.3131|19.816|SF ex 37|
```

Certo, si dirà che un errore del genere è piuttosto improbabile utilizzando strumenti dotati di registrazione automatica e digitale dei dati. Ma il punto non è questo, perché un errore grossolano può sempre sfuggire, per mille casualità, anche al tecnico più attento. E il criterio che vale in topografia è sempre quello di eseguire rilievi "auto-controllati" per i quali, cioè, gli eventuali errori grossolani emergano in maniera evidente ed automatica così da poter porvi rimedio. Rielaboriamo ora con Pregeo il libretto così modificato, ottenendo per il punto 201 i seguenti risultati:

nome	nord	sqm	est	sqm	s.Max	s.Min	inclin.
201	42.810	±0.009	-44.792	±0.027	0.027	0.009	2.164

Qui gli sqm sono ancora di 1 e 2 cm, quindi l'operatore ignaro dell'errore grossolano ne deduce anche in questo caso che il punto è "buono".

Mentre invece è sbagliato di 10 metri!!!

Questo è il grave rischio che a mio avviso Pregeo pone al tecnico utilizzatore:

Presentare gli sqm a posteriori dei punti iperdeterminati insieme a quelli a priori dei punti isodeterminati fa credere al tecnico che anche questi ultimi siano controllati quando invece non lo sono affatto.

Per evitare questo malinteso basterebbe indicare chiaramente quali sono i punti iperdeterminati e quali invece quelli isodeterminati, chiamandoli proprio con questi termini. A quel punto anche il tecnico meno esperto saprebbe riconoscere la labilità dei punti isolati.

Il potenziale pericolo nel fissare la VRS

Al paragrafo 5.6.3 *I rischi nell'utilizzo di basi GPS permanenti*, sottoparagrafo *L'errore della base distante,* a pag. 405, abbiamo sviscerato il rischio che si corre quando in un rilievo GPS in modalità NRTK si lascia la base sull'effettiva stazione permanente di rete anche quando questa si trova ad una distanza che fuoriesce dal "campo topografico", comunemente definito nell'arco di 15 km. Anche Pregeo si fa carico di questa problematica permettendo di fissare la VRS in locale. Questo però espone ad un rischio potenziale il tecnico che non ha una sufficiente consapevolezza del sistema GPS. Cerco di spiegarne i motivi mediante l'esempio di Figura 436. Si tratta del rilievo dell'argine di un torrente ai fini della progettazione di alcune opere di consolidamento.

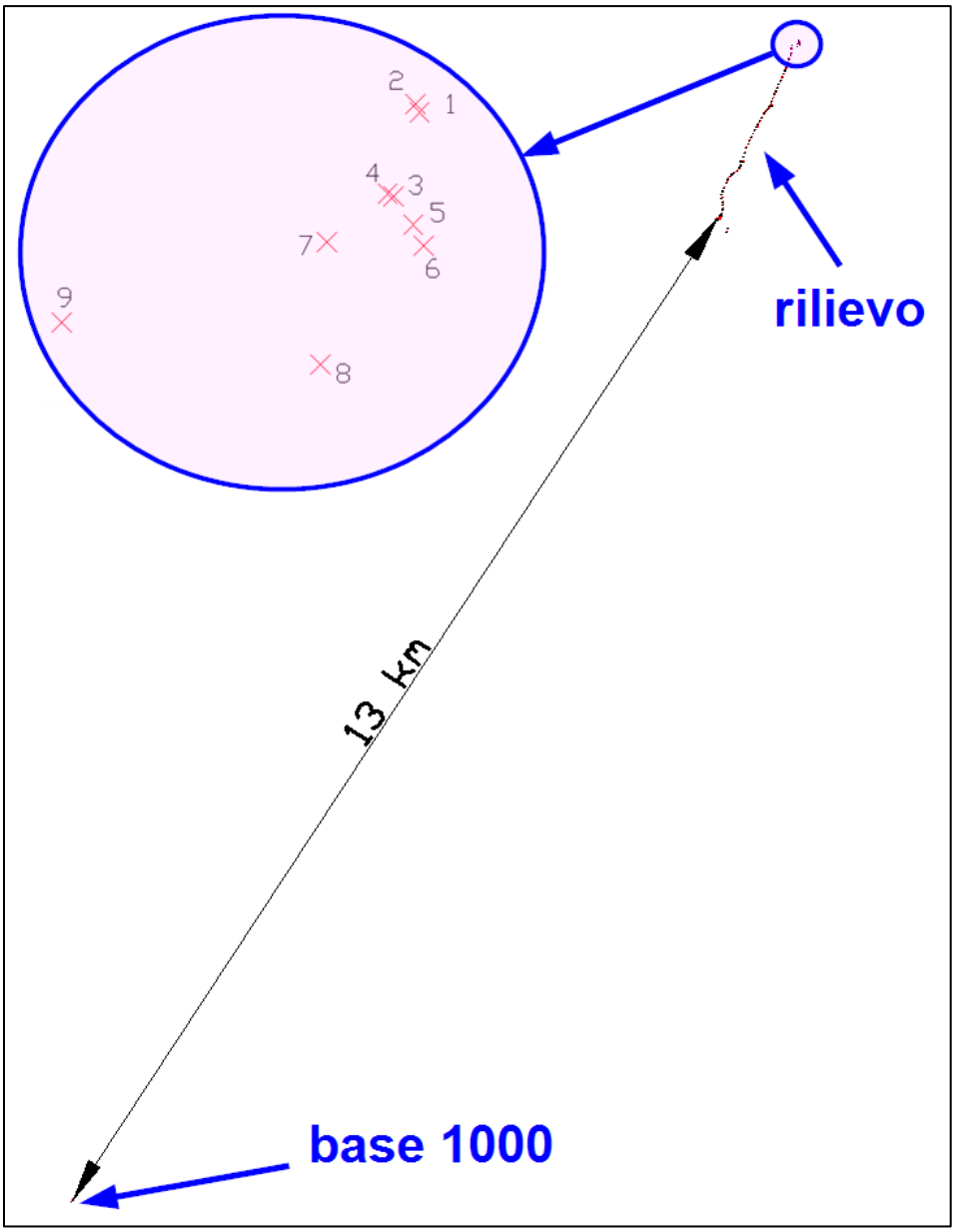


Figura 436 – *Il rilievo di esempio per verificare l'impostazione della VRS da parte di Pregeo: la base è distante 13 km dall'oggetto del rilievo e quest'ultimo è disposto in senso longitudinale per altri 2 km sulla direzione base-rilievo.*

Il rilievo è stato eseguito con tecnologia GPS in modalità NRTK con appoggio alla rete di stazioni permanenti del Veneto. La base GPS è la

stazione permanente 1000 che dista circa 13 km dai punti più vicini del rilievo stesso, con quest'ultimo disposto in senso longitudinale rispetto alla direzione base-rilievo per una estensione di circa 2 km. Il libretto di Pregeo di questo rilievo è presente nella cartella *Pregeo* del materiale a corredo del libro, si tratta del file *GPS_VRS_215.DAT* riprodotto qui sotto per i soli primi 5 punti degli oltre 130 complessivi (N.B.: per motivi di spazio, nel listato che segue i valori della matrice di varianza-covarianza sono posti a zero, ma in realtà nel file hanno i valori effettivi, dato che le baseline superano i 5 km):

```
0|10102021|97|A093|0010|1|ROSSI GIANNI|GEOMETRA|PADOVA|
9|0|10|20|0|PREGEO 10.6.2-G,APAG 2.12|FR|GEOMAX ZENITH 35P|
1|1000|4410487.63,879565.56,4507612.42|0.000|
6|L2|13022018-14:30|13022018-14:30|RTK|PDOP=2|
2|1|-10817.044,6264.697,9277.473|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
2|2|-10818.180,6263.484,9278.726|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
2|3|-10802.842,6261.681,9264.215|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
2|4|-10803.213,6260.212,9264.638|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
2|5|-10799.364,6266.782,9259.698|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
```

Carichiamo questo libretto in Pregeo e ne attiviamo l'editazione. Dopodiché facciamo doppio clic sulla riga 2 del punto 1, cioè il primo punto listato dopo le righe 1 e 6 che definiscono la base GPS. Si apre la finestra di Figura 437 per la compilazione dei dati del punto, la quale, oltre ai valori numerici della rilevazione, prevede anche l'opzione *Rappresenta Punto di emanazione del rilievo*. In pratica, selezionando questa opzione, si indica al programma di considerare questo punto, e non più la base distante, quale "punto di emanazione del rilievo", mentre nella cella *Nota* viene automaticamente inserita la sigla [VRS] a segnalare che il punto 1 è diventato la nostra stazione virtuale locale (vedi riquadro evidenziato in Figura 437). Si faccia attenzione che l'opzione appena descritta è presente solo sul punto della prima riga 2 immediatamente successiva alle righe 1 e 6 della base GPS, mentre è assente su tutti gli altri punti.

Su questo aspetto apro una parentesi prima di procedere con l'esempio. A me risulta del tutto incomprensibile il fortissimo privilegio che Pregeo ripone sul primo punto che il tecnico inserisce nel libretto subito dopo la base GPS, senza fornire al tecnico stesso alcuna spiegazione al riguardo. Al precedente paragrafo *L'orientamento angolare nei rilievi GPS* a pag. 658, abbiamo visto come il programma assuma tale punto come "orientamento" (su un rilievo GPS?) dell'intero rilievo anche quando è molto vicino alla base.

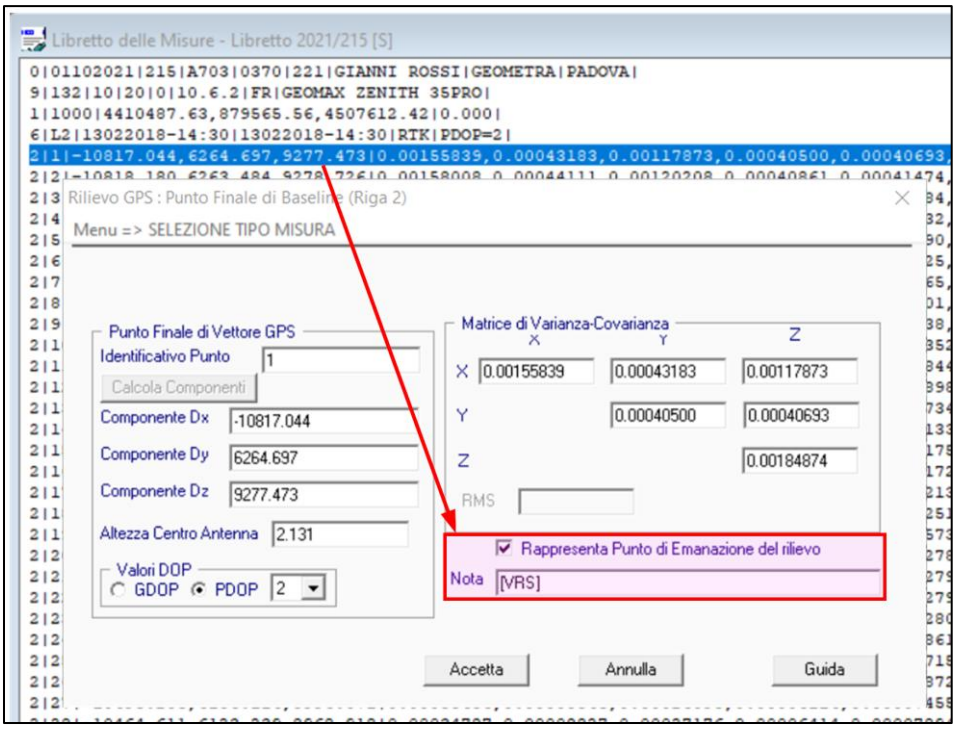


Figura 437 – *Pregeo permette di ridefinire il "Punto di emanazione del rilievo" sul primo punto (riga 2) che si trova subito dopo righe 1 e 6 della base GPS.*

Qui vediamo che lo stesso punto è anche l'unico che Pregeo ritiene idoneo ad assumere il ruolo di stazione virtuale locale.

Non vi sembra che ci sia qualcosa che non va?

A me sì, nel senso che, essendo consapevole che Pregeo considera tale punto come "orientamento" dell'intero rilievo[108], vorrei metterci il punto più significativo per tale funzione (distante e ben materializzato). Ma se faccio così, poi questo punto me lo devo per forza tenere anche come VRS, e non è detto che questo mi soddisfi. Ad esempio, nel caso che stiamo esaminando il punto 1 è quello più a Nord del rilievo, cioè il più distante dal baricentro dell'oggetto del rilievo stesso. Quindi, sotto questo aspetto potrebbe andarmi bene (si fa per dire) che Pregeo lo elevi al ruolo di "orientamento". Ma come VRS sarei più propenso a scegliere un punto più baricentrico in modo da avere baseline più uniformi.

108 Ma, ripeto, consapevole avendolo scoperto autonomamente e per caso, senza esserne informato da Pregeo.

Chiusa questa parentesi sul fondamentale e duplice ruolo del primo punto del libretto successivo alla base, riprendiamo l'esame sulla VRS. Lasciamo per il momento deselezionata sul punto 1 l'opzione *Rappresenta Punto di emanazione del rilievo* della finestra dati di Pregeo di Figura 437 in modo che il calcolo avvenga sulla base GPS effettiva. Lanciamo l'elaborazione di Pregeo e otteniamo questi risultati (limitati ai primi 5 punti):

```
Punti della Rete
                                                  semi-  semi-
                                                  asse   asse
nome      nord       sqm          est     sqm     Max    Min    inclin.
1000      -0.003   ±0.009       -0.002   ±0.006  0.011  0.000   64.396
1     13194.806   ±0.009     8259.135   ±0.006  0.011  0.000   64.396

Punti di dettaglio
                                                  semi-   semi-
                                                  asse    asse
nome      nord       sqm          est     sqm     Max     Min    inclin.
2     13196.648   ±0.022     8258.168   ±0.020  0.027  0.012  144.195
3     13176.000   ±0.023     8253.400   ±0.020  0.028  0.012  143.789
4     13176.761   ±0.012     8252.032   ±0.008  0.012  0.008   90.869
5     13169.689   ±0.012     8257.722   ±0.007  0.012  0.007   87.232
```

La base GPS effettiva, 1000, ha coordinate pari a zero (tranne i mm di differenza, per me inspiegabili non essendoci iperdeterminazioni), mentre tutti i punti del rilievo hanno coordinate di oltre 13 km Nord e 8 km Est, essendo a quelle distanze dalla base stessa. Torniamo ora nella finestra dati del punto 1, selezioniamo l'opzione *Rappresenta Punto di emanazione del rilievo* e rilanciamo l'elaborazione. Questi i nuovi risultati:

```
Punti della Rete
                                                   semi-  semi-
                                                   asse   asse
nome      nord       sqm          est      sqm     Max    Min    inclin.
1000 -13183.986   ±0.009    -8276.391   ±0.006  0.011  0.000   64.312
1         0.008   ±0.009        0.005   ±0.006  0.011  0.000   64.312

Punti di dettaglio
                                                   semi-  semi-
                                                   asse   asse
nome      nord       sqm          est      sqm     Max    Min    inclin.
2         1.851   ±0.031       -0.960   ±0.028  0.040  0.012   55.013
3       -18.790   ±0.033       -5.755   ±0.026  0.037  0.021  135.604
4       -18.028   ±0.025       -7.122   ±0.021  0.029  0.015  138.693
5       -25.106   ±0.026       -1.441   ±0.019  0.026  0.019  100.435
```

Qui le parti si sono invertite, ora è il punto 1 (VRS) ad avere coordinate pari a zero (al netto dei soliti mm) mentre la base 1000 è a 13 km a Sud e 8 km a Ovest. Tutti i punti del rilievo hanno ora coordinate locali essendo riferiti non più alla base 1000 distante ma alla VRS fissata sul punto 1. Scendendo nella finestra dei risultati dell'elaborazione di Pregeo, troviamo la seguente sezione (N.B.: anche in questo caso, per motivi di impaginazione, sono presentati a zero i valori della matrice di varianza-covarianza invece che nel loro valore effettivo):

```
BASELINE GPS TRASFORMATE
6|1|1|4399670.5860,885830.2570,4516889.8930|2.1310|
6|2|1000|10817.0440,-6264.6970,-9277.4730|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0
6|2|2|-1.1360,-1.2130,1.2530|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
6|2|3|14.2020,-3.0160,-13.2580|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
6|2|4|13.8310,-4.4850,-12.8350|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
6|2|5|17.6800,2.0850,-17.7750|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|2.131|
```

Pregeo ci dice cioè di aver trasformato le baseline originarie, dalla base 1000 ai punti, nelle nuove baseline riferite alla VRS posta sul punto 1[109].

Come è stata svolta questa trasformazione?

È molto semplice da capire, il calcolo avviene in due passaggi (se del caso, si consulti il paragrafo 5.6.1 *Concetti base sul sistema WGS84 del GPS* a pag. 377):

1. Vengono calcolate le coordinate geocentriche del punto 1 sommando alle coordinate geocentriche della base 1000 i delta X-Y-Z della baseline 1000-1, il tutto come mostrato in Tabella 18.
2. Vengono poi calcolati i delta X-Y-Z riferiti al punto 1 mediante le operazioni riportate in Tabella 19, e cioè:
   - Si sommano i delta X-Y-Z riferiti alla base 1000 alle geocentriche della base stessa, ottenendo così le coordinate geocentriche di ciascun punto;
   - Alle coordinate geocentriche del punto si sottraggono le geocentriche del punto 1 come sopra calcolate, ottenendo i delta X-Y-Z riferiti a tale punto. Come possiamo notare in Tabella 19, infatti, per il punto 1 stesso quest'ultimo calcolo riporta i delta pari a zero.

109 Tra l'altro esprimendole con 4 decimali (cioè con precisione fino al decimo di mm), anche se credo che questa sia una banale distrazione dello sviluppatore del software, visto che il quarto decimale è sempre zero.

Tabella 18 – *Il calcolo delle coordinate geocentriche del punto 1 a partire dalla coordinate geocentriche della base 1000.*

	X	Y	Z
Coordinate geocentriche 1000	4410487.630	879565.560	4507612.420
+ Delta geocentrici 1000-1	-10817.044	6264.697	9277.473
= Coordinate geocentriche 1	4399670.586	885830.257	4516889.893

Tabella 19 – *Il calcolo delle baseline (delta X-Y-Z) di tutti i punti del rilievo riferite alla VRS sul punto 1.*

Punto	1	2	3	4	5
X geoc. 1000	4410487.630	4410487.630	4410487.630	4410487.630	4410487.630
+ Dx da 1000	-10817.044	-10818.180	-10802.842	-10803.213	-10799.364
= X geoc. punto	4399670.586	4399669.450	4399684.788	4399684.417	4399688.266
- X geoc. 1	4399670.586	4399670.586	4399670.586	4399670.586	4399670.586
= Dx da 1	**0.000**	**-1.136**	**14.202**	**13.831**	**17.680**
Y geoc. 1000	879565.560	879565.560	879565.560	879565.560	879565.560
+ Dy da 100	6264.697	6263.484	6261.681	6260.212	6266.782
= Y geoc. punto	885830.257	885829.044	885827.241	885825.772	885832.342
- Y geoc. 1	885830.257	885830.257	885830.257	885830.257	885830.257
= Dy da 1	**0.000**	**-1.213**	**-3.016**	**-4.485**	**2.085**
Z geoc. 1000	4507612.420	4507612.420	4507612.420	4507612.420	4507612.420
+ Dz da 1000	9277.473	9278.726	9264.215	9264.638	9259.698
= Z geoc. punto	4516889.893	4516891.146	4516876.635	4516877.058	4516872.118
- Z geoc. 1	4516889.893	4516889.893	4516889.893	4516889.893	4516889.893
= Dz da 1	**0.000**	**1.253**	**-13.258**	**-12.835**	**-17.775**

Domanda:

È corretto questo procedimento?

Certo che è corretto. Il sistema geocentrico WGS84 è costituito da una terna di assi cartesiani nello spazio, per cui sommare coordinate e delta di coordinate è perfettamente lecito. Quello che invece può non essere coretto è l'uso che se ne fa successivamente, come vedremo tra breve. Ma per comprendere quanto sto per dire più avanti, trovo opportuno chiarire

un concetto fondamentale dei rilievi GPS che noto non essere considerato da molti colleghi. Questi tecnici tendono a pensare che, essendo il WGS84 un sistema globale (planetario), il rilievo restituito sia intrinsecamente orientato a Nord. E in effetti è così, ma questo avviene solo se ci fermiamo alle coordinate geocentriche riferite al sistema stesso. Le cose cambiano nel momento in cui passiamo da tali coordinate geocentriche a quelle topografiche piane istituite sul sistema euleriano nel quale il rilievo viene trasferito (si veda la trasformazione euleriana illustrata in Figura 268 a pag. 381 e seguenti). A valle di questa trasposizione il "Nord" non è più univoco, bensì avremo tanti "Nord" quanti sono i piani euleriani che costruiamo su diversi "punti di emanazione del rilievo". Il concetto è il seguente: mentre nel sistema WGS84 un generico punto P della superficie terrestre ha coordinate geocentriche univoche (cioè un'unica terna di valori X-Y-Z), nel sistema euleriano locale (piano topografico nel quale noi lo trasportiamo) il punto assume *N* diverse terne di coordinate topografiche, una per ciascuna base considerata. Ad esempio, ipotizziamo di rilevare in campagna con il GPS un punto che si trovi all'incirca equidistante da tre stazioni GPS permanenti, agganciandolo alternativamente a ciascuna di esse. Nel sistema globale WGS84 tale punto mantiene comunque sempre le stesse univoche coordinate X-Y-Z, mentre invece nel piano topografico in cui lo trasferiamo assume ben tre terne di coordinate diverse tra loro, una per ciascuna delle altrettante stazioni permanenti considerata quale "punto di emanazione del rilievo". Questo accade per quanto illustrato in Figura 279 a pag. 402 (paragrafo 5.6.3 *I rischi nell'utilizzo di basi GPS permanenti* a pag. 397), i piani euleriani sono tra loro inclinati e i rispettivi assi Nord non sono paralleli ma convergenti tra loro (per essere orientati ciascuno sul proprio meridiano).

Questa situazione è la stessa che si viene a creare con la VRS fissata in locale da Pregeo. Cosa significa? Nel nostro esempio significa che la trasformazione euleriana applicata al nuovo punto 1 di emanazione del rilievo riporta i punti sul piano topografico tangente all'ellissoide in questo punto, e non più tangente alla base effettiva 1000. Vediamo cosa comporta tutto ciò nel caso esaminato. Una volta elaborato il rilievo nelle due configurazioni, con la base GPS effettiva 1000 e con la VRS sul punto 1, dalla finestra grafica dell'elaborazione di Pregeo attiviamo il menù *Funzioni speciali* | *Genera DXF*. Questa utile funzionalità crea il disegno DXF del rilievo elaborato consentendoci così di aprirlo sul CAD per una comoda consultazione grafica. Ottenuti i due disegni, li apriamo sul CAD e andiamo a sovrapporli uno sull'altro tenendo come punto di aggancio alternativamente uno dei seguenti tre:

1. la base GPS 1000 effettiva;
2. il punto 1 impostato su Pregeo come VRS;
3. il punto 57 posto all'incirca sulla mezzeria della striscia di punti rilevati (argine del torrente oggetto del rilievo).

Le risultanze della prima sovrapposizione, con perno sulla base GPS 1000, sono illustrate in Figura 438.

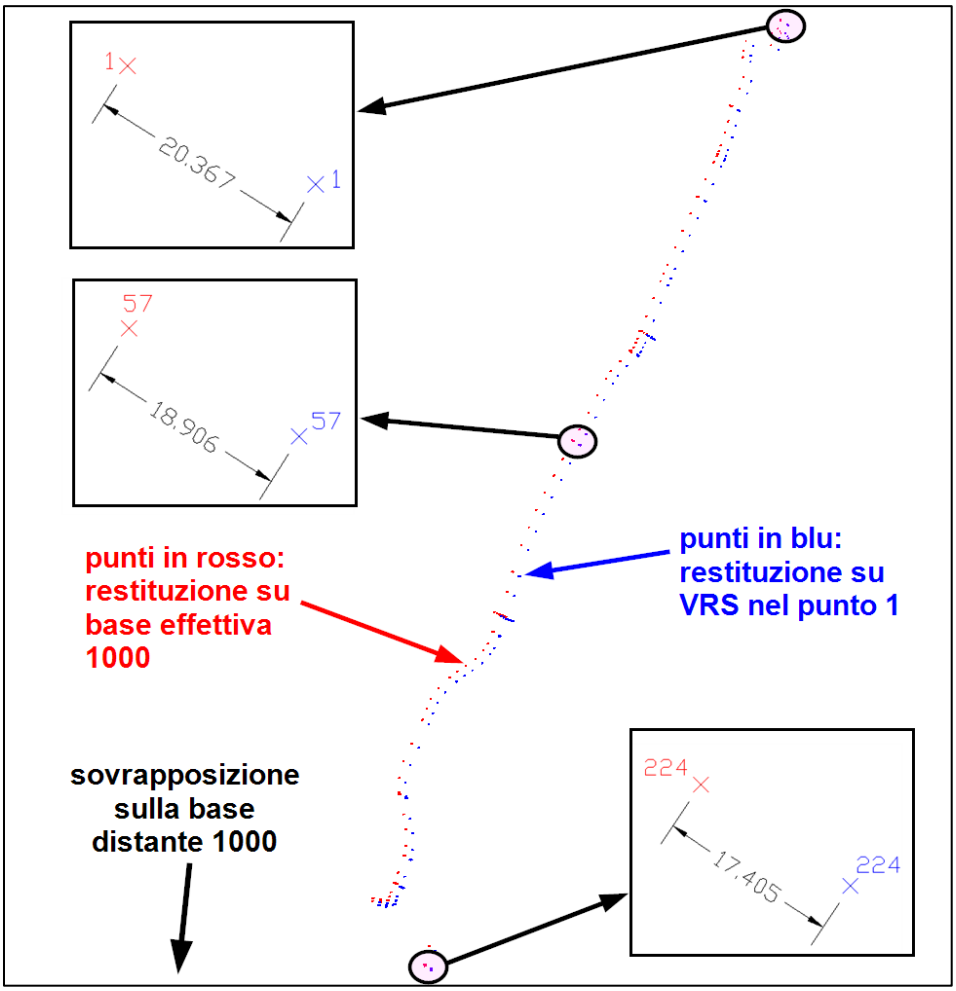


Figura 438 – *La sovrapposizione delle due restituzioni (base GPS effettiva 1000 e VRS sul punto 1) eseguita mantenendo comune la base 1000. Sul punto 1 più a Nord si ha una differenza di 20 m, mentre in mezzeria e a Sud rispettivamente di 18 e 17 m.*

Il rilievo riferito alla VRS sul punto 1 (punti in blu in Figura 438) risulta completamente traslato a Est di circa 18-20 metri rispetto al rilievo riferito alla base effettiva 1000.

A cosa è dovuta questa differenza enorme?

A quanto appena detto sopra: i due piani topografici sono ciascuno orientato sul proprio meridiano, uno su quello passante per la base 1000, l'altro su quello passante sul punto 1; di conseguenza i due risultati sono ruotati uno sull'altro con la massima divergenza proprio sullo stesso punto 1, essendo questo il più lontano dal centro di rotazione. Nella seconda sovrapposizione, con perno sul punto 1, illustrata in Figura 439, la differenza si attenua per effetto della minor distanza dal centro di rotazione, diventando di circa 1.50 metri sul punto 57 in mezzeria e di 3.00 metri sul punto 224 più a Sud. Infine, nella terza sovrapposizione, con perno sul punto intermedio 57, illustrata in Figura 440 a pag. 684, la differenza viene a compensarsi proprio grazie alla posizione di mezzeria del centro di rotazione, scendendo a circa 1.50 metri sia sul punto 1 più a Nord che sul punto 224 più a Sud.

A questo punto c'è da chiedersi:

Quale delle due restituzioni è corretta? Quella che lascia la base originaria al suo posto, o quella che la sposta sul punto 1 mediante la funzione di Pregeo sopra descritta?

Beh, considerando soltanto la geometria del rilievo a sé stante, sono corrette entrambe, perché il rilievo rimane comunque rigido e vengono preservate sia le distanze che gli angoli tra i punti. Considerando invece la collocazione assoluta del rilievo, la restituzione corretta è soltanto quella con la base originaria 1000. È infatti quello il piano euleriano che corrisponde alle rilevazioni satellitari effettive ed è quindi il Nord di quel meridiano quello corretto. Viceversa, il piano euleriano generato artificiosamente sul punto 1 non rispetta la posizione geografica del rilievo, e questo avviene, come abbiamo visto, pur rientrando comunque all'interno del campo topografico.

In Pregeo questa situazione non viene presa in considerazione[110], proprio per il fatto che la geometria del rilievo rimane rigida. Dopodiché, poiché il software prevede l'inquadramento sui PF, la collocazione geografica viene ripristinata dalla rototraslazione sugli stessi.

110 E, come per le altre situazioni "a rischio", non viene nemmeno resa nota all'utilizzatore.

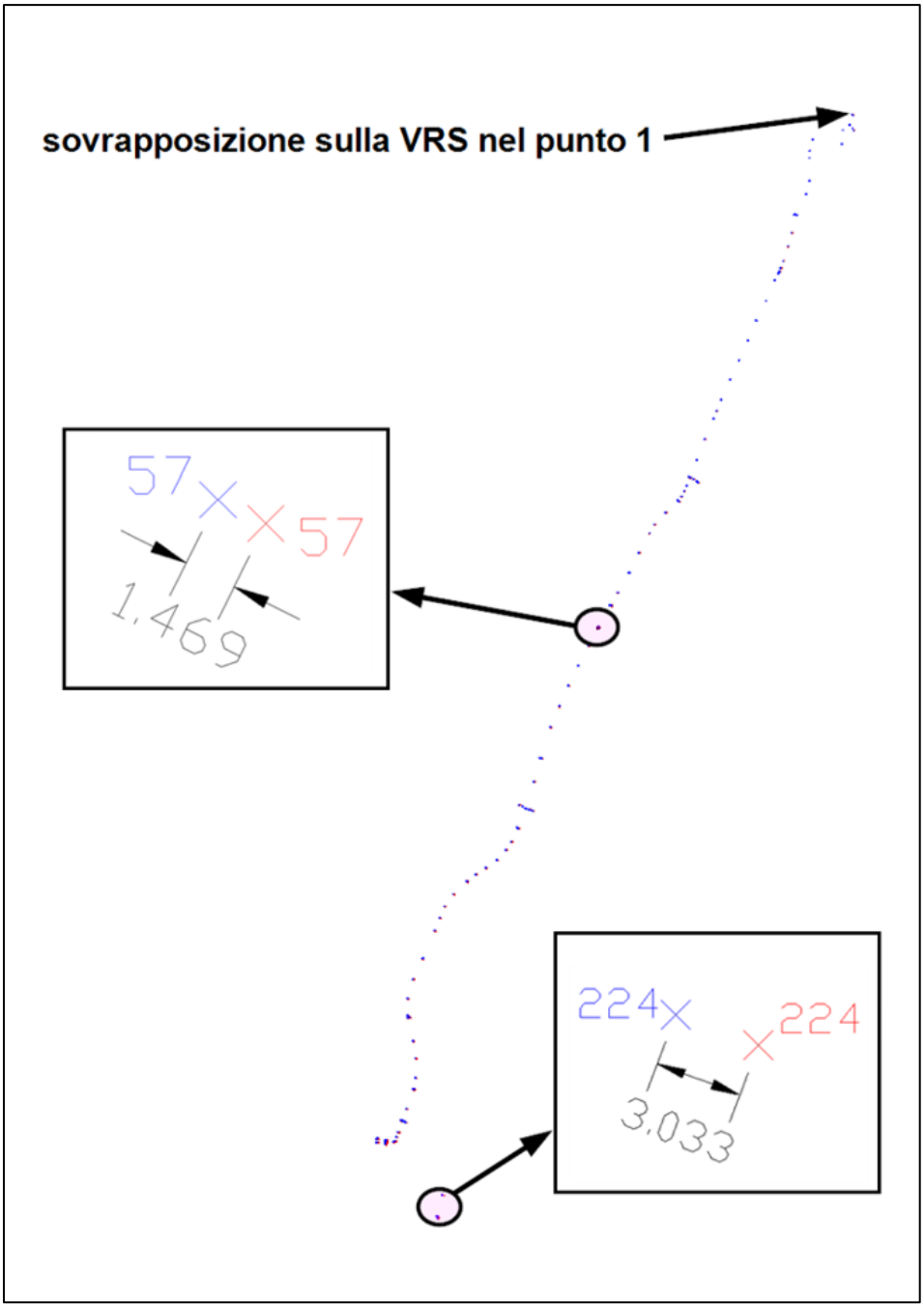


Figura 439 – *Sovrapposizione sul punto 1 a Nord: nel punto intermedio 57 si ha una differenza di 1.5 m circa, mentre sul punto 224 più a Sud di 3 m.*

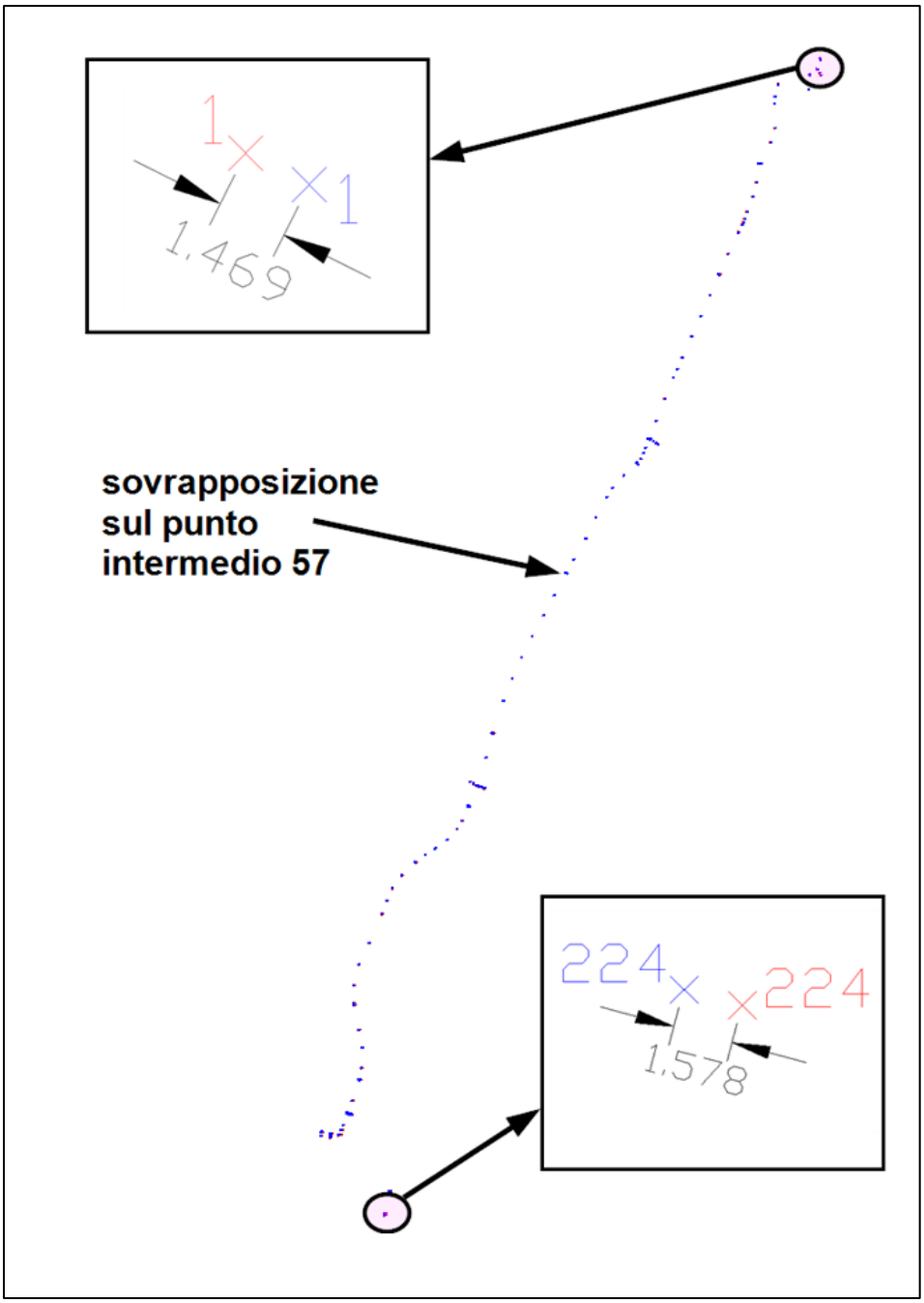


Figura 440 – *Sovrapposizione sul punto intermedio 57: su entrambi i punti 1 (più a Nord) e 224 (più a Sud) si ha una differenza di circa 1.50 m.*

Il problema, quindi, non è in capo a Pregeo ma al tecnico che lo utilizza senza essere consapevole dell'incongruenza che si genera nel trasferire la base in locale mediante l'istituzione della VRS. Il rischio è quello di utilizzare le coordinate risultanti da questa impostazione come se il rilievo fosse orientato correttamente. Lo vediamo grazie ad un rilievo GPS di prova eseguito dal collega geom. Sergio Ivaldi (si veda il paragrafo 1.1 *Ringraziamenti - Geom. Sergio Ivaldi* a pag. 2). Il rilievo è stato eseguito in appoggio alla base permanente 0024 CANL della rete NRTK SPIN 3 Piemonte-Lombardia-Valle d'Aosta e ha interessato i tre punti: 2001, 2004 e 2007, di cui quello intermedio (2004) è stato materializzato con una borchia metallica. La Figura 441 (in alto) mostra la vista aerea dei tre punti con indicate le distanze reciproche e la loro materializzazione. Il libretto Pregeo di questo rilievo è il file *202212.DAT* presente nella cartella *Pregeo* del materiale a corredo del libro, riprodotto qui sotto (per motivi di spazio nel listato i valori della matrice di varianza-covarianza sono posti a zero, ma nel file hanno i valori effettivi, così come l'ultimo campo delle righe 2, l'altezza dell'antenna, è indicato con un solo decimale).

```
0|010122|12|A052|0010|1|IVALDI SERGIO|GEOMETRA|ALESSANDRIA|
9|300|10|20|0|PREGEO 10-G,APAG 2.12|FR| GEOMAX ZENITH 35P |
1|0024|4492042.87,654743.44,4465615.55|0.000|ETRF2000|
6|L2|21012022-09:39|21012022-09:39|RTK|PDOP=3|
2|2004|5660.272,12554.628,-7129.815|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2001|5612.352,12446.644,-7084.414|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2002|5612.351,12446.643,-7084.413|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2003|5660.270,12554.629,-7129.816|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2005|5660.271,12554.629,-7129.816|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2006|5660.266,12554.620,-7129.818|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2007|5495.278,13313.437,-7074.985|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2008|5495.332,13313.442,-7074.943|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2009|5495.355,13313.448,-7074.932|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2010|5495.338,13313.445,-7074.953|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
```

Importato il libretto in Pregeo, Sergio ha fissato la VRS sul punto 2004 (prima riga 2 che segue la base GPS) e ha proceduto con l'elaborazione ottenendo i risultati di cui al primo listato riportato a pag. 687. In alto sono presenti le coordinate topografiche riferite a tale origine, mentre più in basso sono elencate le coordinate geocentriche WGS84. Supponiamo ora che il rilievo venga fornito a un altro tecnico il quale lo elabora anche lui con Pregeo ma senza considerare la VRS locale e tenendo invece come base quella permanente 0024 della rete. Questa nuova elaborazione dà luogo ai risultati riprodotti nel secondo listato di pag. 687.

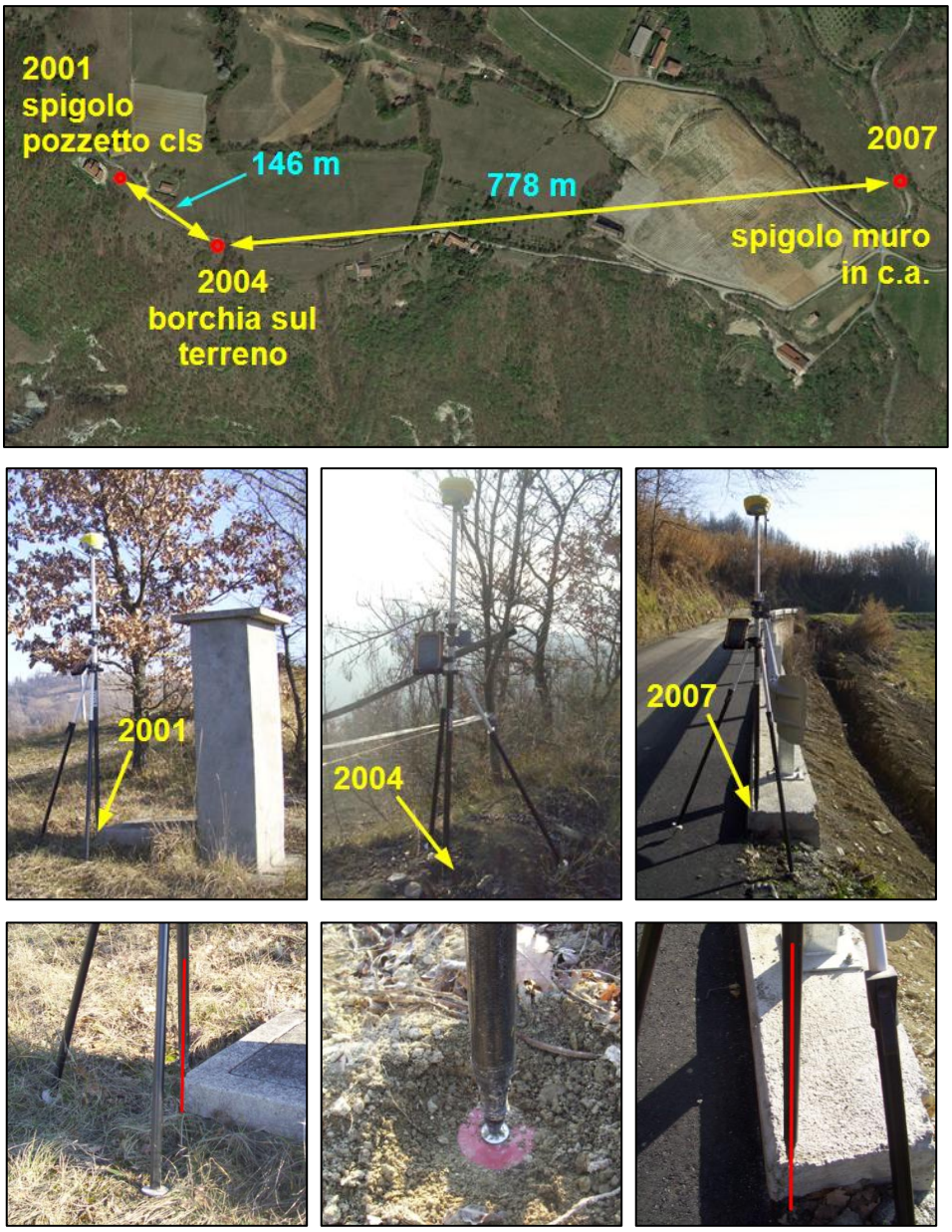


Figura 441 – *Il rilievo di prova per evidenziare l'errore che può verificarsi in fase di tracciamento se non si tiene conto del diverso orientamento delle due basi GPS, quella originaria di rete e la VRS portata in locale. Sopra la vista aerea dei tre punti rilevati con le rispettive distanze tra loro; sotto la loro materializzazione.*

RISULTATI CON VRS SUL PUNTO 2004

Punti della Rete

nome	nord	sqm	est	sqm	semi-asse Max	semi-asse Min	inclin.
0024	10301.611	±0.003	-11587.654	±0.003	0.004	0.000	153.736
2004	-0.222	±0.003	0.249	±0.003	0.004	0.000	153.736

Punti di dettaglio

nome	nord	sqm	est	sqm	semi-asse Max	semi-asse Min	inclin.
2001	76.519	±0.010	-99.528	±0.011	0.014	0.005	47.791
2007	75.214	±0.013	775.020	±0.012	0.014	0.011	132.656

Punto	X geocentrica	Y geocentrica	Z geocentrica
0024	4492042.8670	654743.4396	4465615.5470
2004	4497703.1420	667298.0680	4458485.7350
2001	4497655.2220	667190.0840	4458531.1360
2007	4497538.1480	668056.8769	4458540.5649

RISULTATI CON BASE ORIGINARIA 0024

Punti della Rete

nome	nord	sqm	est	sqm	semi-asse Max	semi-asse Min	inclin.
0024	-0.211	±0.003	0.238	±0.003	0.004	0.000	153.850
2004	-10280.799	±0.003	11606.122	±0.003	0.004	0.000	153.850

Punti di dettaglio

nome	nord	sqm	est	sqm	semi-asse Max	semi-asse Min	inclin.
2001	-10204.241	±0.006	11506.212	±0.006	0.008	0.004	45.913
2007	-10203.975	±0.009	12380.724	±0.009	0.012	0.012	48.570

Punto	X geocentrica	Y geocentrica	Z geocentrica
0024	4492042.8700	654743.4400	4465615.5500
2004	4497703.1396	667298.0674	4458485.7328
2001	4497655.2196	667190.0834	4458531.1339
2007	4497538.1436	668056.8760	4458540.5610

Le coordinate topografiche delle due elaborazioni sono ovviamente diverse per effetto della trasposizione della base GPS, mentre invece quelle geocentriche sono uguali (a parte qualche mm dovuto agli arrotondamenti dei due calcoli). Queste ultime sono infatti espresse nel sistema globale (planetario) WGS84 e sono pertanto univoche. La stessa cosa non vale per le coordinate topografiche del rilievo, che invece variano non solo

in funzione del diverso punto di emanazione del piano euleriano, ma anche per effetto del diverso orientamento dei due piani, ciascuno orientato sul proprio meridiano. Supponiamo ora che il secondo tecnico proceda al tracciamento dei punti utilizzando anch'egli strumentazione GNSS. Per orientarsi, essendo presente e ben materializzato il punto 2004, decide di appoggiare il suo rilievo sul tale punto, in quanto ritenuto sicuro poiché proveniente dal primo rilievo. Nel compiere questa operazione, ritiene che il suo rilievo sia orientato come quello del primo tecnico per essere entrambi riferiti al Nord WGS84. Inserisce pertanto nel controller dello strumento le coordinate ottenute da Pregeo, utilizzando il punto 2004 quale caposaldo, il tutto come illustrato in Figura 442.

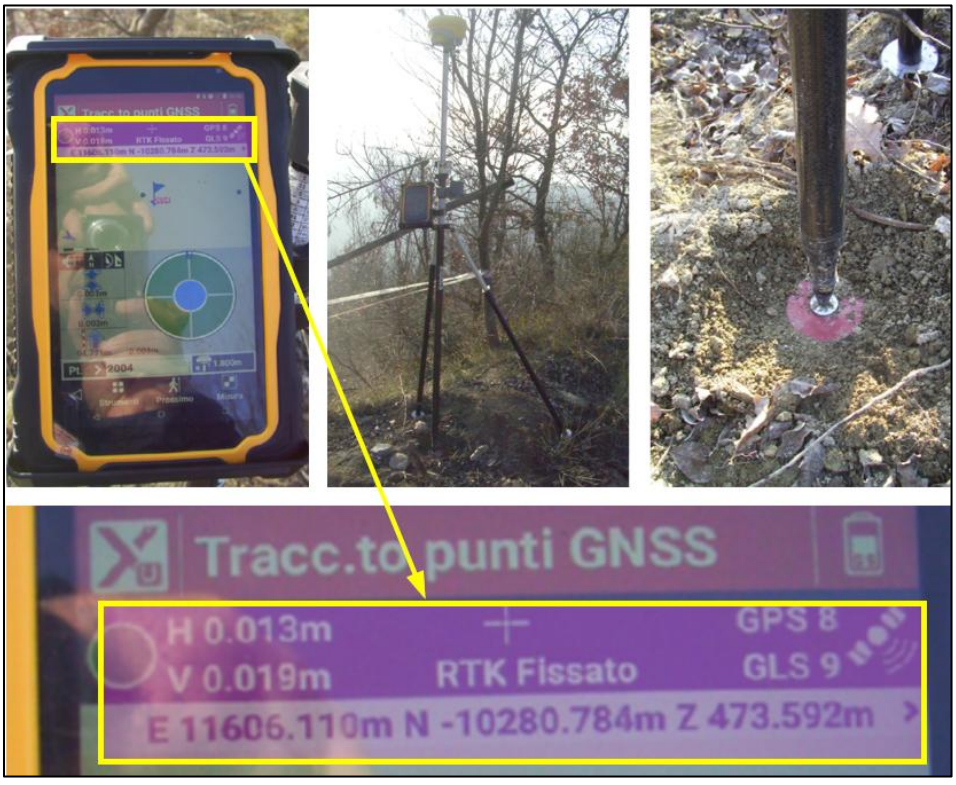


Figura 442 – *Il punto 2004 utilizzato quale caposaldo per il rilievo di tracciamento con assegnate le coordinate risultanti dalla seconda elaborazione di Pregeo riferita alla base GPS originaria 0024.*

Dopodiché, inserisce nel controller anche le coordinate dei punti 2001 e 2007 e procede al loro tracciamento, illustrato in Figura 443.



Figura 443 – *Sul punto 2001, distante 145 metri dal caposaldo 2004, il tracciamento mostra un errore di posizione di 22 cm, mentre sul punto 2007, che dista 778 metri, l'errore è di ben 1.40 metri.*

Le differenze rispetto al rilievo del primo tecnico (riferito alla VRS sul punto 2004) risultano di 22 cm sul punto 2001, distante circa 145 metri dal caposaldo 2004, e di ben 1.40 m sul punto 2007, che dista circa 778 metri dal 2004. Questi errori sono dovuti al diverso orientamento dei due rilievi, un problema che potrebbe concretizzarsi in molte altre circostanze in cui l'effetto della VRS qui trattato non sia tenuto in debita considerazione.

Spostamento dell'origine del rilievo

A un lettore attento non sarà sfuggito al paragrafo precedente il seguente particolare: nel secondo calcolo del libretto Pregeo presentato, quello in cui è stata mantenuta la base permanente della rete NRTK, le coordinate della base stessa non sono risultate pari a zero ma pari ai seguenti valori (si veda il secondo listato di pag. 687):

$$\text{Est} = 0.238 \qquad Nord = -0.211$$

Con questi dati, la domanda da porsi è:

Come può la base GPS, cioè il punto di emanazione del rilievo, non avere coordinate pari a zero ma differire di oltre 20 cm?

Se ci pensate, è veramente difficile trovare una spiegazione che possa giustificare questo risultato. La base GPS è, come detto, il punto di emanazione del rilievo e come tale viene assunta per definizione quale origine del sistema di riferimento. Le sue coordinate non possono che essere pari a zero, altrimenti sarebbe come se in una cartografia l'origine del sistema di riferimento anziché riportare coordinate pari a zero, mostrasse coordinate pari a 23 cm Est e 21 cm Nord. L'origine del sistema è l'unico punto che non può essere oggetto di alcuna compensazione, non va considerato come un punto rilevato. Pregeo invece ci propone questa sua interpretazione dell'origine che può essere spostata di decine di cm. È chiaro che solo gli autori di Pregeo potrebbero fornire la spiegazione esatta di questa loro variante. Tuttavia io ho cercato di interpretarla mediante lo studio che segue. Consideriamo l'esempio semplificato di Figura 444: supponiamo di aver fatto stazione con la TS su 100 ed aver osservato il punto 101 leggendo i dati che seguono (il numero di decimali è volutamente aumentato per ottenere dal calcolo il miglior arrotondamento della distanza orizzontale a 3000 metri esatti e del dislivello a 1000 metri esatti):

$$Ang.orizz. = 0.0000 \quad Ang.vert. = 79.51672353 \quad Dist.incl. = 3162.2776$$

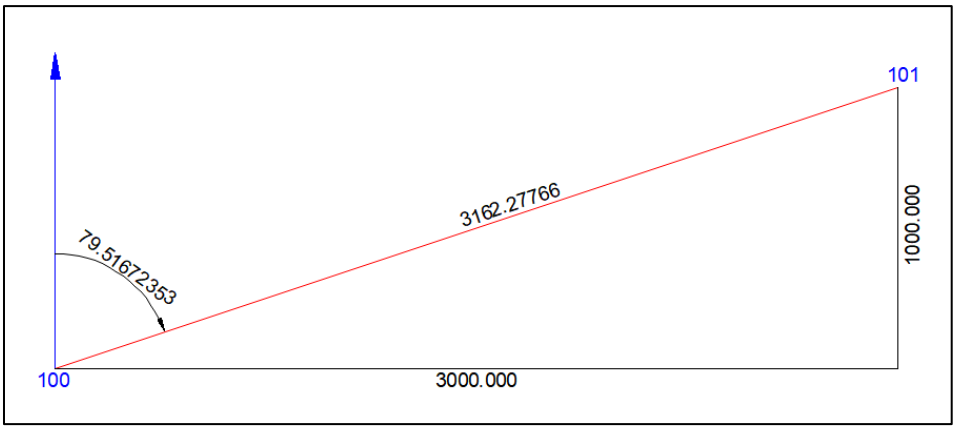


Figura 444 – *Esempio semplificato di celerimensura per capire lo spostamento imposto da Pregeo al punto di emanazione del rilievo.*

Con queste letture il punto 101 si trova ad una distanza piana di 3000 m e ad un dislivello di 1000 m. Naturalmente si tratta di una simulazione non realistica che serve soltanto ai fini della dimostrazione che segue. Si potrebbe obiettare che non si verifica mai un rilievo TS in cui si copre un dislivello di 1000 m, e sarebbe un'obiezione sensata. Ma la stessa condizione può verificarsi nei rilievi GPS agganciati alla rete di basi permanenti NRTK che possono trovarsi a diversi km dall'oggetto del rilievo e ad un dislivello di questa entità. Tant'è che ciò si verifica sia nell'esempio GPS del paragrafo precedente, sia in quelli che vedremo più avanti. Con le letture indicate, la distanza orizzontale e il dislivello si calcolano facendo:

$$Dist.orizz. = 3162.2776 * \sin(79.51672353) = 3000.000$$

$$Dislivello = 3162.2776 * \cos(79.51672353) = 1000.000$$

Calcoliamo ora manualmente le coordinate planimetriche di questo semplicissimo schema senza applicare la riduzione al livello del mare. Non ci sono iperdeterminazioni, per cui non c'è alcuna compensazione da fare. La stazione 100 è il punto di emanazione del rilievo, al quale assegniamo pertanto coordinate pari a zero:

$$E_{100} = 0.000 \qquad N_{100} = 0.000$$

Mentre per il punto 101 basta applicare le note e semplici formule trigonometriche:

$$E_{101} = E_{100} + Dist.or. * \sin(Ang.or.) = 0.000 + 3000 * \sin(0) = 0.000$$

$$N_{101} = N_{100} + Dist.or. \ * \cos(Ang.or.) = 0.000 + 3000 * \cos(0) = 3000.000$$

Non si pensi che, considerata la distanza notevole di 3000 m, la Nord debba essere corretta dell'errore di sfericità terrestre, perché questo errore è praticamente irrilevante al di sotto dei 10000 m, come abbiamo visto al paragrafo 5.6.3 *I rischi nell'utilizzo di basi GPS permanenti*, Figura 277 a pag. 399. Non è invece per niente irrilevante, tutt'altro, per la quota dove incide di:

$$Errore \ \ sfericità \ quota = \frac{D^2}{2R} = \frac{3000^2}{2 * 6377000} = 0.700 \, m$$

Vediamo invece cosa fa Pregeo. Inseriamo questo semplice rilievo mediante il libretto qui sotto assegnando zero in riga 9 sia alla quota che alla Est media (indicate in rosso). Per la quota significa che Pregeo attribuirà il valore zero alla quota del punto di emanazione del rilievo, cioè alla stazione 100. Per la Est media significa che Pregeo non applicherà nessuna compensazione cartografica. Nel libretto trascuriamo inoltre di inserire sia l'altezza strumentale che quella del prisma per semplificare il calcolo.

```
0|130822|19|A703|0110|886|GIANNI ROSSI|GEOMETRA|PADOVA|
9|0|10|20|0|PREGEO 10.00-G,APAG 2.12|MC|Nota: |
1|100|0.00|
2|101|0.000|79.51672353|3162.27766|0.00|
```

Elaboriamo questo libretto e otteniamo i seguenti risultati:

```
Punti della Rete
                                                semi-   semi-
                                                asse    asse
nome      nord    sqm       est     sqm         Max     Min    inclin.
100       0.235   ±0.021    0.000   ±0.000      0.021   0.000    0.0000
101    2999.765   ±0.021    0.000   ±0.000      0.021   0.000    0.0000
```

Anziché avere una Nord pari a 0.000, la stazione 100 è stata spostata di 23.5 cm, così come il punto 101, anziché avere una Nord di 3000.000, è anch'esso spostato di 23.5 cm. Come mai? Andiamo per gradi. Innanzi tutto, come avevamo già visto ai paragrafi precedenti, Pregeo ha considerato questo rilievo come una rete composta dalla stazione e dal primo punto inserito nel libretto dopo di essa. In questo caso tale punto è anche l'unico rilevato, ma Pregeo considera la stessa rete anche se ce ne fossero molti altri. Ora, come dicevo nei paragrafi succitati, a me risulta del tutto incomprensibile come si possa considerare una "rete" un'unica stazione che osserva un unico punto senza alcuna iperdeterminazione. Ma tant'è.

Detto questo, cominciamo con il chiederci:

Quale distanza orizzontale ha calcolato Pregeo tra la stazione 100 e il punto 101?

Questa:

$$Dist.orizz. = 2999.530$$

Da cosa deriva? Da due passaggi:

1. Il primo è quello visto sopra, cioè il calcolo della distanza orizzontale a partire da quella inclinata e angolo verticale letti, con il risultato già trovato di 3000 m esatti;
2. Il secondo è la riduzione a livello del mare di questa distanza, un'operazione che Pregeo compie sempre. Ricordando dalla topografia studiata a scuola di geometra, tale distanza ridotta si calcola con questa formula:

$$d_0 = d\left(1 - \frac{Q}{R}\right)$$

Dove: $d = distanza\ reale$
$d_0 = distanza\ ridotta\ slm$
$Q = quota\ altimetrica$
$R = raggio\ medio\ terrestre\ assunto\ pari\ a\ 6377\ km$

Per cui nel nostro esempio risulta:

$$d_0 = 3000\left(1 - \frac{1000}{6377000}\right) = 2999.530$$

Bene, fin qui ci siamo arrivati, ora è da capire perché questa distanza ridotta al livello del mare non sposti solo il punto 101 lasciando ferma l'origine, ma sposti anche quest'ultima. Non è difficile: Pregeo determina la Nord dei punti 100 e 101 semplicemente spartendo a metà tra i due la differenza tra questa e la distanza data dal calcolo effettivo, cioè 3000.000:

$$Diff. = 3000.000 - 2999.530 = 0.470$$

$$\frac{0.470}{2} = 0.235$$

$$N_{100} = 0.000 + 0.235 = \mathbf{0.235}$$

$$N_{100} = 3000.000 - 0.235 = 0.235 = \mathbf{2999.765}$$

In realtà, Pregeo non esegue questo calcolo così semplificato che in questo caso è reso possibile dal fatto di avere due soli punti. Pregeo sembra elaborare una rototraslazione ai minimi quadrati, cioè perviene a questi risultati minimizzando la somma dei quadrati degli scarti. Questa è la spiegazione plausibile se consideriamo rilievi reali come quelli che riporto di seguito. Il file DAT indicato per ciascuno si trova nella cartella *Pregeo* del materiale a corredo del libro. Il primo libretto riporta i soli tre punti 2001, 2004, 2007 senza rilevazioni ripetute agli stessi:

```
Libretto n.1, file 202212.DAT, senza baseline ripetute:
1|0024|4492042.87,654743.44,4465615.55|0|[WGS84-ETRF2000]|
6|L2|21012022-09:39|21012022-09:39|RTK|PDOP=3|
2|2004|5660.272,12554.628,-7129.815|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2001|5612.352,12446.644,-7084.414|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
2|2007|5495.278,13313.437,-7074.985|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|0.0|
```

I risultati di Pregeo di questo libretto, con evidenziate in rosso le traslazioni Est/Nord della base, sono i seguenti:

```
Punti della Rete
                                                  semi-   semi-
                                                  asse    asse
nome      nord       sqm       est       sqm      Max     Min     incl.
0024      -0.211   ±0.003       0.238   ±0.003   0.004   0.000   153.850
2004 -10280.799    ±0.003   11606.122   ±0.003   0.004   0.000   153.850
Punti di Dettaglio
2001 -10204.241    ±0.006   11506.212   ±0.006   0.008   0.004    45.913
2007 -10203.975    ±0.009   12380.724   ±0.009   0.012   0.005    48.570
```

Il secondo libretto, riprodotto qui sotto e seguito dai risultati di Pregeo, contiene alcune rilevazioni (baseline) che il tecnico ha ripetuto agli stessi punti 2004 e 2007 a scopo di verifica. I risultati dell'elaborazione evidenziano per la base GPS (coordinate in rosso) uno spostamento maggiore, pari a 31 e 36 cm.

A cosa si deve questa differenza rispetto al libretto n. 1?

La domanda è giustificata dal fatto che, come vedremo tra breve, i punti GPS iperdeterminati, 2004 e 2007, presentano differenze millimetriche considerando separatamente le singole baseline. Quello che cambia in Pregeo è la "rete". Nel libretto n. 1 gli unici punti inseriti tra i *Punti della Rete* sono i seguenti:

0024 → *Base GPS*

2004 → *primo punto successivo alla Base GPS*

Libretto n.2, file 202213.DAT, baseline ripetute ai punti:

```
1|0024|4492042.87,654743.44,4465615.55|0.000|
6|L2|21012022-13:00|21012022-14:00|RTK|PDOP=1|
2|2001|5613.619,12446.832,-7083.149|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2002|5613.618,12446.831,-7083.149|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2003|5661.537,12554.817,-7128.551|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2004|5661.539,12554.816,-7128.550|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2005|5661.539,12554.817,-7128.551|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2004|5661.536,12554.810,-7128.556|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2006|5661.534,12554.808,-7128.554|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2007|5496.545,13313.625,-7073.720|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2007|5496.563,13313.627,-7073.708|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2007|5496.589,13313.626,-7073.687|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2008|5496.599,13313.630,-7073.679|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2007|5496.610,13313.634,-7073.672|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2009|5496.622,13313.636,-7073.667|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2010|5496.605,13313.634,-7073.689|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2007|5496.607,13313.634,-7073.692|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
```

Punti della Rete

nome	nord	sqm	est	sqm	semi-asse Max	semi-asse Min	inclin.
0024	**-0.312**	±0.001	**0.361**	±0.002	0.002	0.000	152.832
2001	-10204.818	±0.004	11506.878	±0.004	0.004	0.004	153.060
2004	-10281.381	±0.004	11606.790	±0.004	0.004	0.003	153.301
2007	-10204.563	±0.003	12381.430	±0.003	0.003	0.003	157.591
Punti di Dettaglio							
2002	-10204.817	±0.004	11506.877	±0.005	0.006	0.002	42.567
2003	-10281.379	±0.007	11606.794	±0.007	0.010	0.002	46.945
2005	-10281.381	±0.007	11606.794	±0.007	0.010	0.002	46.853
2006	-10281.378	±0.006	11606.786	±0.007	0.009	0.002	46.190
2008	-10204.561	±0.005	12381.428	±0.006	0.008	0.002	44.391
2009	-10204.569	±0.005	12381.431	±0.006	0.007	0.002	43.999
2010	-10204.573	±0.005	12381.431	±0.006	0.007	0.002	44.268

Nel libretto n. 2 qui sopra, invece, Pregeo inserisce nella rete anche i punti che risultano iperdeterminati per essere oggetto di più baseline:

0024 → *Base GPS*

2001 → *primo punto successivo alla Base GPS*

2004 → *punto iperdeterminato dalla presenza di più baseline*

2007 → *punto iperdeterminato dalla presenza di più baseline*

È evidente che, se cambia la rete, cambiano anche i risultati. In questo secondo libretto la diversa costellazione di punti di rete è la causa plausibile che porta il calcolo ai minimi quadrati di Pregeo ad un risultato diverso, pur se il rilievo è sostanzialmente identico. Lo capiamo con il libretto n. 3 qui sotto che è semplicemente il n. 2 dopo aver rinominato i punti dalle baseline multiple (la seconda occorrenza del punto 2004 si chiama ora 3004, quella del punto 2007 è diventata 3007, ecc.).

```
Libretto n.3, file 202214.DAT, rinominati i punti iperd.:
1|0024|4492042.87,654743.44,4465615.55|0.000|
6|L2|21012022-13:00|21012022-14:00|RTK|PDOP=1|
2|2001|5613.619,12446.832,-7083.149|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2002|5613.618,12446.831,-7083.149|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2003|5661.537,12554.817,-7128.551|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2004|5661.539,12554.816,-7128.550|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2005|5661.539,12554.817,-7128.551|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|3004|5661.536,12554.810,-7128.556|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2006|5661.534,12554.808,-7128.554|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2007|5496.545,13313.625,-7073.720|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|3007|5496.563,13313.627,-7073.708|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|4007|5496.589,13313.626,-7073.687|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2008|5496.599,13313.630,-7073.679|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|5007|5496.610,13313.634,-7073.672|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2009|5496.622,13313.636,-7073.667|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|2010|5496.605,13313.634,-7073.689|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
2|6007|5496.607,13313.634,-7073.692|0,0,0,0,0,0|PDOP=1|1.8|
```

In questo libretto, non essendoci punti iperdeterminati, la "rete" torna ad essere quella "classica" di Pregeo (base GPS più il primo punto che la segue nel listato). Elaborandolo, la base torna a spostarsi solo di 20 e 22 cm come per il libretto n. 1, mentre i punti rinominati presentano differenze di pochi mm. In conclusione, abbiamo capito che Pregeo crea una rete anche quando non vi sono iperdeterminazioni, includendovi il punto di emanazione del rilievo (la base GPS o la prima stazione TS) più il punto della prima riga 2 che segue nel libretto. Poi calcola il rilievo sulla base di questa rete e compensa anche l'origine del sistema di riferimento locale. Lascio a voi valutare la bontà di questa impostazione, la quale spiega sia l'anomalia degli sqm abnormi calcolati da Pregeo nell'eventualità che l'utente inserisca in tale prima riga 2 un punto molto vicino alla base GPS (si veda il paragrafo *L'orientamento angolare nei rilievi GPS* a pag. 658), sia la variabilità degli sqm dei libretti che contengono punti determinati per intersezione da due punti GPS come vedremo al paragrafo che segue.

SQM da zero a normali ad abnormi

Un'altra risultanza "strana" dell'elaborazione di Pregeo si ha con il libretto riportato parzialmente qui sotto, dove, per motivi di spazio, oltre ad essere azzerati i valori della matrice di varianza-covarianza e i decimali dell'altezza antenna; sono anche abbreviati i nomi dei PF e vengono omesse una serie di righe 2 delle baseline GPS, e di righe 4-5 degli allineamenti. Il file completo è presente nella cartella *Pregeo* del materiale a corredo del libro con il nome di *202204.dat*.

```
1|1000|4373545.48,878921.81,4543605.43|0|[WGS84-ETRF2000]|
6|L2|27042022-12:32|27042002-12:32|RTK|PDOP=2|
2|100|8392.002,12581.369,-10708.908|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0|
2|PF08|8504.383,12740.568,-10850.743|0,0,0,0,0,0|PDOP=3|0|
2|PF14|8621.133,11946.694,-10804.535|0, ,0,0,0,0|PDOP=5|0|
...
2|PF02|8325.553,12489.730,-10626.644|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0|
2|1017|8395.208,12581.732,-10711.958|0,0,0,0,0|PDOP=2|0|
...
4|1010|1009|-50|*S*|
5|1|3.420|0.000|
4|1009|1|0|
5|1|2.914|0.000|
4|1012|1011|50|*S*|
5|2|2.201|0.000|
4|1011|2|0|
5|2|1.963|0.000|
...
```

Si tratta del classico rilievo GPS nel quale sono stati rilevati tre PF più diversi spigoli di fabbricati con allineamenti per intersezione del tipo descritto in Figura 326 a pag. 467, di cui la Figura 445 qui a lato mostra il primo sui punti 1009-1010-1.

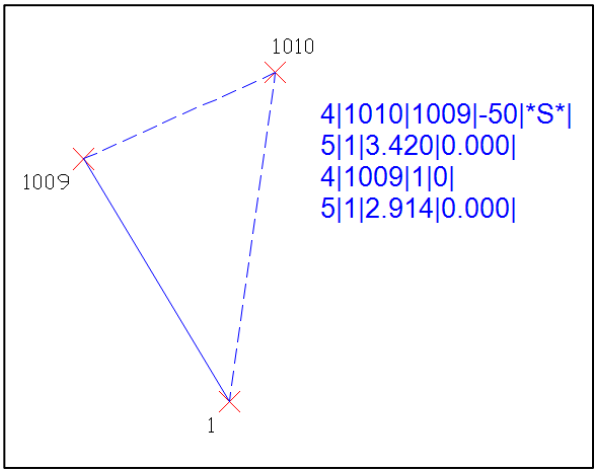


Figura 445 – *L'allineamento 1009-1010 che determina il punto 1 (spigolo di fabbricato).*

Se elaboriamo in Pregeo questo libretto, otteniamo questi risultati:

Punti della Rete

nome	nord	sqm	est	sqm	semi-asse Max	semi-asse Min	incl.
1000	14924.919	±0.000	-9246.891	±0.000	0.000	0.000	143.812
PF14	-333.187	±0.000	799.654	±0.000	0.000	0.000	79.132
PF02	-76.859	±0.000	1389.730	±0.000	0.000	0.000	86.457
PF08	-393.773	±0.000	1601.099	±0.000	0.000	0.000	155.264
100	-193.695	±0.000	1466.731	±0.000	0.000	0.000	187.038
1003	-205.895	±0.000	1457.673	±0.000	0.000	0.000	33.465
1004	-214.771	±0.000	1463.268	±0.000	0.000	0.000	17.215
...							
1030	-207.061	±0.000	1474.794	±0.000	0.000	0.000	7.179
1	-201.541	±0.000	1464.691	±0.000	0.000	0.000	11.824
2	-204.128	±0.000	1470.467	±0.000	0.000	0.000	131.397
3	-219.771	±0.000	1467.208	±0.000	0.000	0.000	19.964
4	-208.877	±0.000	1472.398	±0.000	0.000	0.000	134.911
5	-199.715	±0.000	1467.524	±0.000	0.000	0.000	199.219
6	-218.481	±0.000	1469.152	±0.000	0.000	0.000	121.439
7	-214.327	±0.000	1475.819	±0.000	0.000	0.000	122.652
8	-205.708	±0.000	1467.318	±0.000	0.000	0.000	152.677
9	-204.530	±0.000	1469.025	±0.000	0.000	0.000	120.297
10	-204.889	±0.000	1469.211	±0.000	0.000	0.000	142.285
11	-209.159	±0.000	1471.939	±0.000	0.000	0.000	158.626
Punti di Dettaglio							
1001	-201.818	±0.009	1473.166	±0.009	0.012	0.002	49.488
1002	-226.128	±0.006	1492.564	±0.006	0.009	0.001	49.512
1005	-242.421	±0.006	1472.140	±0.006	0.008	0.001	49.890
1006	-193.989	±0.011	1466.938	±0.011	0.015	0.003	49.440
1007	-209.842	±0.006	1451.267	±0.006	0.009	0.001	51.999
1008	-213.074	±0.007	1453.332	±0.007	0.010	0.002	51.221
12	-214.449	±0.025	1463.774	±0.018	0.031	0.000	60.554
13	-213.223	±0.021	1465.720	±0.023	0.031	0.000	47.023

Balza subito all'occhio il valore pari a zero assoluto per gli sqm e i semiassi dell'ellisse di tutti i punti della sezione *Punti della Rete* mentre risultano nella norma i valori dei punti della sezione *Punti di Dettaglio*. Per maggiori dettagli su questa suddivisione operata da Pregeo si legga quanto riportato alla fine del paragrafo precedente circa la "rete" che Pregeo fissa a priori per ogni rilievo. In questo caso, nella rete Pregeo ha inserito, oltre alla base GPS, ai tre PF e al punto 100 della prima riga 2 che segue nel libretto, anche tutti i punti GPS usati come appoggio degli allineamenti per rilevare gli spigoli dei fabbricati (1003, 1004, … 1030), più

anche i punti determinati dagli allineamenti stessi (da 1 a 11). Domanda:

È possibile che tutti i "Punti della Rete" abbiano sqm ed ellissi pari a zero assoluto?

No, non è possibile. C'è ancora una volta qualcosa che sfugge nel comportamento di Pregeo. Ma andiamo avanti. Eliminiamo ora dal libretto le righe 2 delle baseline ai tre PF e le righe 8 finali che ne riportano le coordinate TAF e la quota. Rielaboriamo il libretto così modificato ottenendo questi risultati:

```
Valore del massimo semiasse maggiore delle ellissi d'errore =
502.557> 0.100 m corrispondente al punto 1001

Punti della Rete
                                                  semi-  semi-
                                                  asse   asse
nome      nord       sqm      est        sqm      Max    Min    incl.
1000       0.504   ±1.890     -0.354   ±2.591    3.130 0.699  39.044
100   -15141.468   ±1.091 10681.169   ±1.097    1.149 1.036 151.883
1003  -15153.649   ±1.190 10672.085   ±1.475    1.670 0.896  37.546
1004  -15162.537  ±11.134 10677.661  ±11.214    1.238 1.108  29.094
1009  -15146.809  ±11.133 10677.616  ±10.998    1.262 0.829 139.718
...
1029  -15153.149   ±1.032 10687.829   ±1.151    1.153 1.030   6.558
1030  -15154.852   ±1.064 10689.204   ±1.059    1.073 1.049  56.715
1     -15149.392   ±2.206 10679.091   ±5.589    5.660 2.017  10.810
2     -15151.988   ±5.458 10684.820   ±3.354    6.132 1.853 131.752
3     -15167.503   ±2.589 10681.520   ±3.562    3.678 2.423  21.433
4     -15156.693   ±3.296 10686.800   ±2.581    3.615 2.110 133.787
5     -15147.511   ±2.314 10681.923   ±3.519    3.520 2.312 197.451
6     -15165.395   ±4.629 10683.574   ±3.233    5.289 1.978 134.922
7     -15162.148   ±2.802 10690.200   ±2.311    2.848 2.255 118.895
8     -15153.4342 ±14.63  10681.266  ±13.762   20.004 1.823 148.016
9     -15152.214   ±4.425 10683.263   ±2.341    4.581 2.019 118.606
10    -15152.744   ±3.655 10683.617   ±3.107    4.304 2.119 141.502
11    -15156.991   ±5.655 10685.413   ±5.414    7.589 1.924 148.422
Punti di Dettaglio
1001  -15149.607 ±289.569 10687.588 ±410.747 502.557 0.718 160.908
1002  -15173.959 ±289.568 10706.935 ±410.747 502.557 0.730 160.908
1005  -15190.208 ±289.569 10686.475 ±410.746 502.557 0.856 160.908
1006  -15141.764 ±289.569 10681.377 ±410.747 502.557 0.714 160.908
1007  -15157.584 ±289.569 10665.672 ±410.747 502.557 0.829 160.908
1008  -15160.820 ±289.569 10667.730 ±410.747 502.557 0.832 160.908
12    -15162.216   ±0.972 10678.168   ±1.162    1.226 0.890  30.746
13    -15160.994   ±1.190 10680.116   ±1.053    1.278 0.945  63.658
```

Qui tornano a presentarsi due particolari già visti (evidenziati in rosso nel listato qui sopra): lo spostamento della base GPS (di ben 35 e 50 *cm*) trattata al paragrafo precedente, e un semiasse massimo dell'ellisse d'errore di un valore abnorme (502 *m*), unitamente a valori altrettanto anomali di sqm e semiasse dei punti. Quest'ultima è la stessa risultanza del libretto trattato al paragrafo *L'orientamento angolare nei rilievi GPS* a pag. 658. Non è la stessa però la causa, in quel caso era la vicinanza alla base GPS del punto inserito nella prima riga 2 dopo le righe 1-6 della base. In questo caso invece non può essere quella la ragione perché qui come base è stata mantenuta quella effettiva NRTK distante 18 *km*.

Qual è allora in questo libretto la causa di questi valori abnormi?

Da quanto abbiamo constatato sembra essere la combinazione tra la mancanza dei PF e la "promozione" a *Punti della Rete* dei punti generatori degli allineamenti, 1003, 1004, 1009, ... 1030. Probabilmente Pregeo li inserisce nella "rete" per il fatto di trovarseli sia nelle righe 2 delle baseline GPS, sia nelle righe 4 e 5 degli allineamenti per intersezione. In realtà non sono iperdeterminati per niente, perché è evidente che la posizione di questi punti non può che essere unicamente quella della rilevazione GPS. Gli allineamenti per intersezione, infatti, partono da questi punti per calcolare punti di ordine inferiore, cioè gli spigoli sottesi dalle due distanze (rilevate con il disto o la cordella metrica) e non determinano pertanto alcuna ridondanza di misure tra i due punti generatori dell'allineamento. Diverso sarebbe se il libretto contenesse anche la misura diretta della distanza a questi due punti, ma questa non è presente nel libretto, ci sono soltanto le due distanze dagli stessi allo spigolo da determinare (le circonferenze viste al paragrafo 5.8.2 *Allineamenti per intersezione* a pag. 465).

Ma facciamo ancora un'altra prova: eliminiamo dal libretto tutte le righe 4 e 5 degli allineamenti e rielaboriamo il libretto. Ebbene, finalmente sqm ed ellissi tornano nella norma:

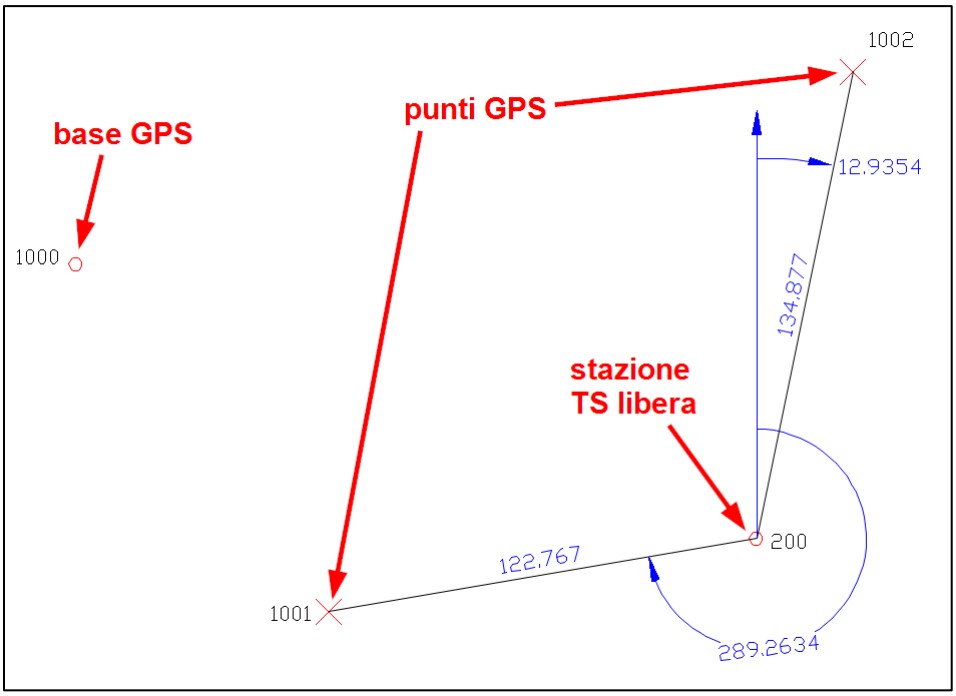
```
Punti della Rete
                                                  semi-  semi-
                                                  asse   asse
nome      nord       sqm        est       sqm     Max    Min     incl.
1000       0.206   ±0.005      -0.145   ±0.003  0.006  0.000  39.111
100   -15141.789   ±0.005   10681.346   ±0.003  0.006  0.000  39.111
Punti di Dettaglio
1001 -15149.927   ±0.010   10687.765   ±0.010  0.013  0.006  51.133
1002 -15174.280   ±0.008   10707.111   ±0.008  0.009  0.006  53.301
1003 -15153.970   ±0.014   10672.261   ±0.018  0.022  0.006  41.311
...
```

Cos'è successo per far rientrare il tutto? È successo che in questo libretto privo degli allineamenti la "rete" di Pregeo torna ad essere quella minimale formata dalla base GPS e dal punto della prima riga 2 subito successiva. E poiché tale punto è distante dalla base … finalmente Pregeo dice che il rilievo può andare bene.

Ora io capisco quelli che dicono che, tutto sommato, Pregeo serve per presentare i rilievi al Catasto e che come tale va usato e interpretato. Tuttavia mi domando, e vi domando, se è plausibile che un software ministeriale, il cui utilizzo è obbligatorio pur per quel solo scopo, metta l'utilizzatore davanti a questo "balletto" di risultati (a parità di rilievo) senza fornire alcuna delucidazione in merito.

Mancato collegamento di stazioni libere

Nei lavori catastali eseguiti con tecnologia GPS capita abbastanza spesso di dover integrare il rilievo con una o più stazioni TS per raggiungere punti che non sono rilevabili con il satellitare. In questi casi sorge più di qualche volta l'esigenza di fare stazione libera con la TS su un punto idoneo allo sviluppo del rilievo celerimetrico ma che non è nemmeno questo rilevabile con il rover. Può succedere, ad esempio, che per rilevare i punti in cui serve la TS sarebbe comodo posizionarsi proprio in una zona in cui non si riceve il segnale satellitare, come in una corte tra fabbricati molto stretta, oppure sotto un viadotto o in mezzo alla vegetazione. In questi casi diventa molto vantaggioso agganciare la stazione semplicemente battendo due punti GPS precedentemente rilevati. Al paragrafo 5.11.2 - *Rilievi a schema libero,* al punto dedicato al *Metodo Porro* a pag. 497, abbiamo visto come questo schema sia del tutto rigoroso e trovi piena applicazione nei rilievi misti GPS-TS, ma anche in rilievi solo TS per il collegamento di stazioni non inter-visibili. Il problema è che Pregeo non lo accetta, come vedremo qui elaborando come al solito un esempio. Consideriamo il rilievo di Figura 446: i punti 1001 e 1002 sono stati rilevati con il GPS la cui base (virtuale) è la 1000. Dopodiché si è fatta la stazione libera 200 con la TS e da questa si sono osservati per angolo e distanza gli stessi punti. Il rilievo è topograficamente corretto e calcolabile perché il triangolo formato dalla stazione libera 200 e i due punti 1001 e 1002 è del tutto risolvibile avendo noti i due lati dalla stazione ai punti e l'angolo compreso tra gli stessi. Non solo, ma la lunghezza del lato 1001-1002 è addirittura verificabile per essere nota sia dalle coordinate calcolate dei due punti GPS, sia dalla risoluzione del triangolo celerimetrico mediante l'applicazione del Teorema di Carnot.



GPS Baseline GPS_TS_ST_LIBERA.DB:2

	Staz.	Punto	C.p.	H	Dx	Dy	Dz	Nota	Dop	C.
1	1000	1001		0.000	60.000	80.166	-69.029		2	
2		1002		0.000	-69.858	212.481	35.719		2	
3										

Libretto di campagna GPS_TS_ST_LIBERA.DB:1

	Staz.	Punto	C.p.	H. pr.	Ang. az.	Dist. o.	Dist.	C.	Nota
1	200	1001		1.528	289.2634	122.767	-11.830		
2		1002		1.528	12.9354	134.877	-18.642		
3									

Figura 446 – *Esempio di aggancio tra rilievo GPS e TS con la stazione TS 200 che osserva per distanza e angolo i punti GPS 1001 e 1002.*

Il libretto Pregeo di questo rilievo corrisponde al file *GPS_TS_ST_LIBERA.DAT* presente nella cartella *Pregeo* del materiale a corredo del libro ed è riprodotto qui sotto. Dopo le righe 0 e 9 di intestazione, ci sono le righe 1 e 6 con i dati della base GPS, seguite dalle righe 2 delle baseline ai punti 1001 e 1002. A seguire c'è poi la riga 1 della stazione TS e le righe 2 con le rilevazioni da questa agli stessi punti 1001 e 1002.

```
0|011021|213|A703|0370|221|GIANNI ROSSI|GEOMETRA|PADOVA|
9|132|10|20|0|10.6.2|FR|GEOMAX ZENITH 35PRO|
1|1000|4541881.33,602513.83,4424078.52|0.000|BASE GPS|
6|L2|08072019-13:02|08072019-13:02|RTK|PDOP=0|
2|1001|60.000,80.166,-69.029|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0.000|
2|1002|-69.858,212.481,35.719|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0.000|
1|200|1.528|
2|1001|289.2634|106.1156|123.336|1.528|
2|1002|12.9354|108.7436|136.159|1.528|
```

Importiamo questo libretto in Pregeo e lo elaboriamo. Ci appare il riquadro rosso con la seguente indicazione di errore (riportata testualmente):

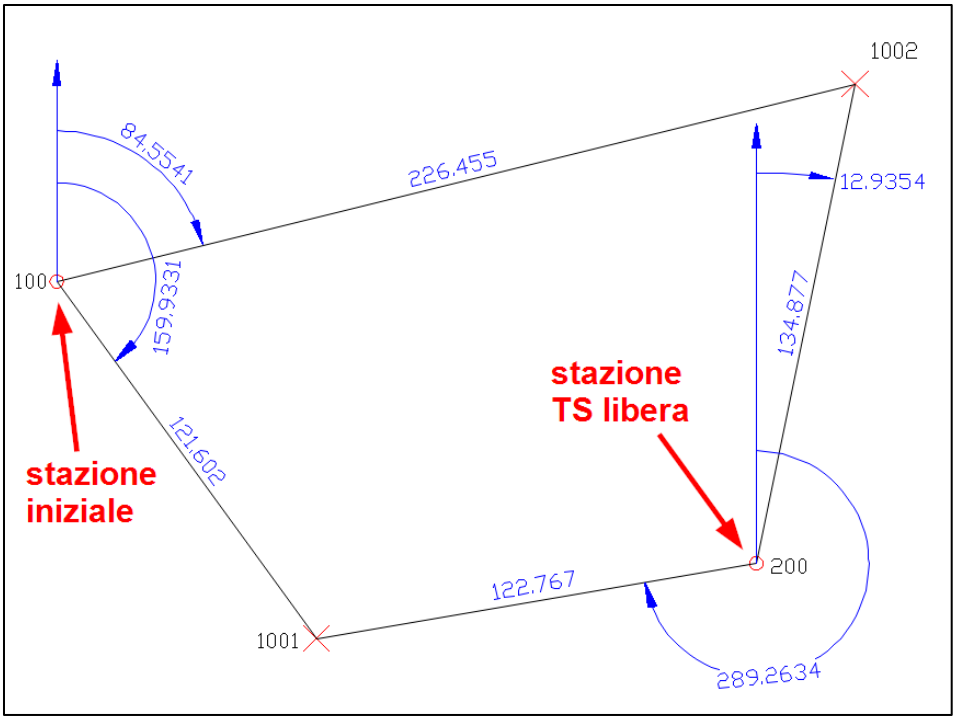
riga 7 del libretto la ripetizione n 1 della stazione celerimetrica 200 non è orientabile perché non osserva alcun punto osservato in precedenza. Le coordinate del punto 200 non sono calcolabili.

A parte la dicitura *ripetizione n. 1* per una stazione presente su un'unica riga, non si capisce la segnalazione che *non osserva alcun punto osservato in precedenza*, dato che la stazione 200 osserva invece i punti 1001 e 1002 *osservati in precedenza*. Domanda:

Perché questi punti non sono ritenuti idonei a orientare la stazione?

Mi chiedo cioè quale incertezza introducano, essendo due punti effettivamente rilevati dal GPS e che, come tali, garantiscono perfettamente il calcolo di orientamento della stazione libera 200 in applicazione del Metodo Porro. Si potrebbe pensare che questo rifiuto da parte di Pregeo sia dovuto al fatto che si tratta di due punti GPS e non celerimetrici, e che il programma non contempli il mix di misurazioni tra punti rilevati con le due tecnologie. Per verificare questa ipotesi, consideriamo il rilievo di Figura 447. È lo stesso rilievo di cui sopra ma trasformato in sole rilevazioni celerimetriche. Al posto della base GPS 1000 del precedente, in questo c'è la stazione TS iniziale 100 che rileva gli stessi due punti 1001 e 1002, e questi ultimi sono ancora una volta rilevati dalla stazione libera 200. In pratica si tratta dell'applicazione classica del Metodo Porro per collegare due stazioni celerimetriche non visibili tra loro. Il libretto Pregeo di questo rilievo è riportato sopra la Figura 447 e, elaborandolo in Pregeo, si ottiene lo stesso messaggio di errore di cui al precedente rilievo misto GPS-TS. Ciò significa che, indipendentemente dalla tecnologia utilizzata, Pregeo non ammette il Metodo Porro nemmeno nel suo schema originario (il che mi suona piuttosto strano, considerato che Ignazio Porro è da sempre considerato uno dei Padri della topografia in Italia).

```
0|011021|213|A703|0370|221|GIANNI ROSSI|GEOMETRA|PADOVA|
9|132|10|20|0|10.6.2|FR|GEOMAX ZENITH 35PRO|
1|100|1.528|
2|1001|159.9331|98.9047|121.620|1.528|
2|1002|84.5541|101.3262|226.504|1.528|
1|200|1.528|
2|1001|289.2634|106.1164|123.336|1.528|
2|1002|12.9354|108.7437|136.159|1.528|
```



Libretto di campagna S1_S2_LIBERA.DB

	Staz.	Punto	C.p.	H. pr.	Ang. az.	Dist. o.	Disl.	C.	Nota
1	100	1001		1.528	159.9331	121.602	2.092		
2		1002		1.528	84.5541	226.455	-4.718		
3	200	1001		1.528	289.2634	122.767	-11.831		
4		1002		1.528	12.9354	134.877	-18.642		
5									

Figura 447 – *Il rilievo celerimetrico in applicazione del Metodo Porro classico: le due stazioni 100 e 200 non si osservano reciprocamente ma sono collegate grazie all'osservazione, da entrambe, dei punti 1001 e 1002.*

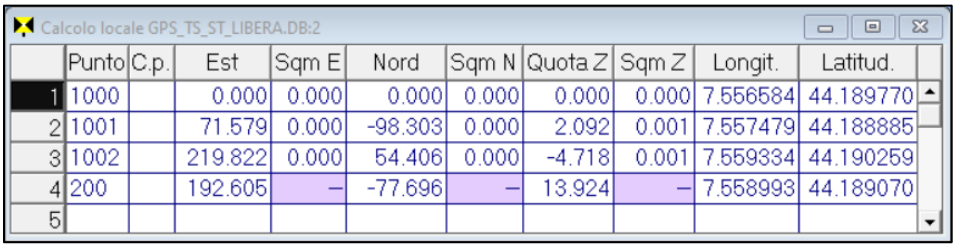
Non condividendo per niente questa mancanza di Pregeo, ho cercato di sopperirvi in Geocat con l'espediente spiegato al successivo paragrafo *Libretto Pregeo - Stazioni TS libere* a pag. 751. In pratica, in entrambi i casi esaminati vengono inserite nel libretto Pregeo creato da Geocat alcune righe 2 aggiuntive per renderlo "digeribile" al programma ministeriale. Nel libretto Pregeo del rilievo misto GPS + TS di pag. 703 viene inserita la riga 2 contenente la baseline alla stazione libera 100, qui evidenziata in rosso:

```
0|011021|213|A703|0370|221|GIANNI ROSSI|GEOMETRA|PADOVA|
9|132|10|20|0|10.6.2|FR|GEOMAX ZENITH 35PRO|
1|1000|4541881.33,602513.83,4424078.52|0.000|BASE GPS|
6|L2|08072019-13:02|08072019-13:02|RTK|PDOP=0|
2|1001|60.000,80.166,-69.029|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0.000|
2|1002|-69.858,212.481,35.719|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0.000|
2|200|38.253,199.367,-46.008|0,0,0,0,0,0|PDOP=2|0.000|
1|200|1.528|
2|1001|289.2634|106.1156|123.336|1.528|
2|1002|12.9354|108.7436|136.159|1.528|
```

Elaborando in Pregeo questo nuovo libretto, si ottiene ora il semaforo verde e questi risultati:

```
Punti della Rete
                                                  semi-   semi-
                                                  asse    asse
nome     nord      sqm       est       sqm        Max     Min     inclin.
1000    -0.000 ±0.000     0.000 ±0.000   0.000   0.000    84.332
1001   -98.302 ±0.000    71.578 ±0.000   0.000   0.000   119.537
1002    54.403 ±0.000   219.818 ±0.000   0.000   0.000     5.461
200    -77.696 ±0.000   192.601 ±0.000   0.000   0.000   199.224
```

I valori sono del tutto identici (tranne pochi mm) a quelli che calcola Geocat semplicemente considerando la stazione libera (Figura 448).



	Punto	C.p.	Est	Sqm E	Nord	Sqm N	Quota Z	Sqm Z	Longit.	Latitud.
1	1000		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	7.556584	44.189770
2	1001		71.579	0.000	-98.303	0.000	2.092	0.001	7.557479	44.188885
3	1002		219.822	0.000	54.406	0.000	-4.718	0.001	7.559334	44.190259
4	200		192.605	–	-77.696	–	13.924	–	7.558993	44.189070
5										

Figura 448 – *I risultati di Pregeo (listato sopra) sono del tutto identici a quelli ottenuti da Geocat in applicazione del Metodo Porro che collega la stazione libera 200 ai due punti GPS 1001 e 1002.*

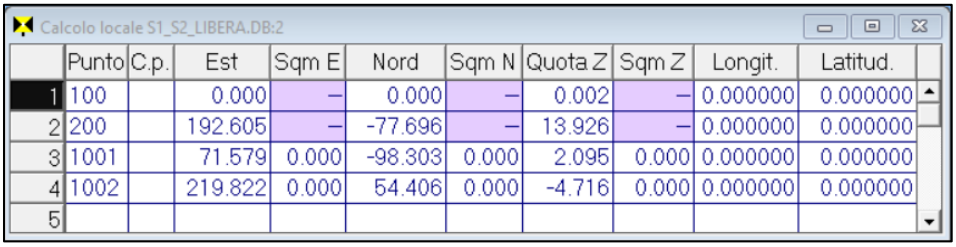
Nel libretto Pregeo del rilievo solo TS di pag. 704, invece, vengono aggiunte da Geocat le righe 2 delle due battute in andata e ritorno tra le stazioni 100 e 200 (evidenziate in rosso nel listato che segue), come se le stesse si fossero osservate reciprocamente:

```
0|011021|213|A703|0370|221|GIANNI ROSSI|GEOMETRA|PADOVA|
9|132|10|20|0|10.6.2|FR|GEOMAX ZENITH 35PRO|
1|100|1.528|
2|200|124.4100|95.7383|208.152|1.528|
2|1001|159.9331|98.9047|121.620|1.528|
2|1002|84.5541|101.3262|226.504|1.528|
1|200|1.528|
2|100|324.4100|104.2617|208.152|1.528|
2|1001|289.2634|106.1164|123.336|1.528|
2|1002|12.9354|108.7437|136.159|1.528|
```

Anche in questo caso, elaborando il nuovo libretto in Pregeo, si ottiene ancora il semaforo verde con i seguenti risultati:

```
Punti della Rete
                                                semi-   semi-
                                                asse    asse
nome     nord      sqm       est      sqm      Max     Min     inclin.
100     -0.000 ±0.000     0.000 ±0.000   0.000   0.000   173.648
200    -77.695 ±0.000   192.601 ±0.000   0.000   0.000    41.050
1001   -98.301 ±0.000    71.578 ±0.000   0.000   0.000    20.646
1002    54.405 ±0.000   219.818 ±0.000   0.000   0.000    52.384
```

Valori che coincidono esattamente con quelli ottenuti da Geocat che invece applica semplicemente il Metodo Porro per collegare le due stazioni:



	Punto	C.p.	Est	Sqm E	Nord	Sqm N	Quota Z	Sqm Z	Longit.	Latitud.
1	100		0.000	–	0.000	–	0.002	–	0.000000	0.000000
2	200		192.605	–	-77.696	–	13.926	–	0.000000	0.000000
3	1001		71.579	0.000	-98.303	0.000	2.095	0.000	0.000000	0.000000
4	1002		219.822	0.000	54.406	0.000	-4.716	0.000	0.000000	0.000000
5										

Figura 449 – *I risultati di Pregeo (listato sopra) sono uguali a quelli ottenuti da Geocat in applicazione del Metodo Porro che collega le due stazioni celerimetriche 100 e 200 grazie alle osservazioni ai due punti 1001 e 1002.*

Mi preme tuttavia precisare che l'aggiunta, appena vista, delle righe 2 nel libretto Pregeo creato da Geocat (in entrambi i casi trattati) è una facoltà che viene lasciata a discrezione dell'utilizzatore del software, nel senso che il programma gli chiede espressamente se vuole procedere all'inserimento di tali righe. Pertanto, se il tecnico non lo ritiene opportuno, rifiuta la proposta del programma e crea il libretto Pregeo "vergine", cioè con le sole misurazioni eseguite, pur sapendo che questo non gli sarà accettato da Pregeo. Dico questo perché, quando ho descritto questa prestazione di Geocat in un forum di geometri dedicati al Catasto, ho ricevuto alcune critiche da parte di qualche collega che mi contestava il fatto di aver "alterato" il libretto Pregeo per farglielo elaborare al programma ministeriale inserendo misure in realtà non eseguite ma ricavate tramite un "artificio". Anche se nel caso che ho appena esposto il libretto Pregeo è stato "integrato" più che "alterato", l'obiezione è ovviamente pertinente, ma non la condivido. Perché, al di là che il Metodo Porro possa essere considerato un "artificio", Pregeo contempla già altri schemi volti a determinare indirettamente misure che non sono direttamente rilevabili in campagna. Si pensi ad esempio all'intersezione in avanti per rilevare l'asse di un campanile, oppure la trilaterazione con le righe 4 e 5 per determinare gli spigoli di fabbricato non accessibili con il GPS. Anche questi "artifici" ricavano misure indirette al posto di misure dirette in situazioni in cui sia impossibile prendere queste ultime, o quando diventerebbe oltremodo dispendioso e addirittura più impreciso farlo.

Ma all'obiezione di "alterazione" del libretto Pregeo di cui sopra, alcuni altri colleghi di quel forum erano invece d'accordo con me nel by-passare il blocco di Pregeo per le stazioni libere, ritenendo anch'essi che il Metodo Porro sia pienamente legittimo data la sua rigorosità e possibilità di autocontrollo (sulla quale tornerò più avanti). Qualcuno di loro ha osservato che l'utilizzo della stazione libera non è nemmeno da considerarsi un "artificio", essendo invece uno schema di rilievo ormai molto consolidato la cui utilità è incontestabile sia nel rilievo iniziale dell'oggetto che in quello di tracciamento, nel quale peraltro garantisce un'efficacia e una precisione perfino maggiore. Questi colleghi concordavano con me anche sul fatto che la stazione libera non ha nulla da invidiare in termini di precisione a stazioni di poligonale o a stazioni con centramenti su chiodi determinati col GPS e, anzi, eliminando dai suoi errori accidentali quello di centramento sul chiodo può essere addirittura più precisa. Secondo questa interpretazione è del tutto legittimo integrare un libretto Pregeo fin dove la nostra conoscenza topografica ci consente di produrre un rilievo comunque corretto e rigorosamente controllato.

D'altra parte, a quelli che considerano un "reato" l'integrazione preventiva del libretto Pregeo con misure calcolate esternamente, vorrei far notare quanto scrivevano tre massimi dirigenti del Catasto nazionale: Carlo Cannafoglia, Claudio Fabrizi e Flavio Ferrante in un loro vecchio libro (del 1989) la cui copertina è riprodotta in Figura 450. In questo volume i tre autori presentano una serie di artifici per determinare punti non visibili o accessibili, suggerendo poi di inserire nel libretto Pregeo le opportune righe codificate come se le misure fossero state prese direttamente. Ad esempio, in Figura 451 è riportato uno di questi artifici nel quale la distanza tra la stazione 200 e il PF03 (non visibile dalla stessa) viene calcolata esternamente, mediante un calcolo topografico rigoroso e poi fornita a Pregeo sotto forma di riga 2 come se si fosse rilevata direttamente. Mi sembra di poter affermare che, se tre massimi dirigenti del Catasto suggeriscono una tale soluzione, sia del tutto lecito adottarla anche nel caso del Metodo Porro. Chiusa la questione sulla "legittimità" di integrare il libretto Pregeo con misure calcolate esternamente, torno ora su quella dell'auto-controllo dello schema adottato. Questo aspetto, già fondamentale di per sé in topografia, lo è ancor più proprio in casi come quello esaminato in cui si introducono misure indirette determinate da opportuni calcoli trigonometrici. Come dicevo all'inizio di questo paragrafo, nel caso del Metodo Porro esiste già una sovrabbondanza di elementi anche se dalla stazione libera si rilevano solo due punti comuni con il GPS o con altre stazioni TS.

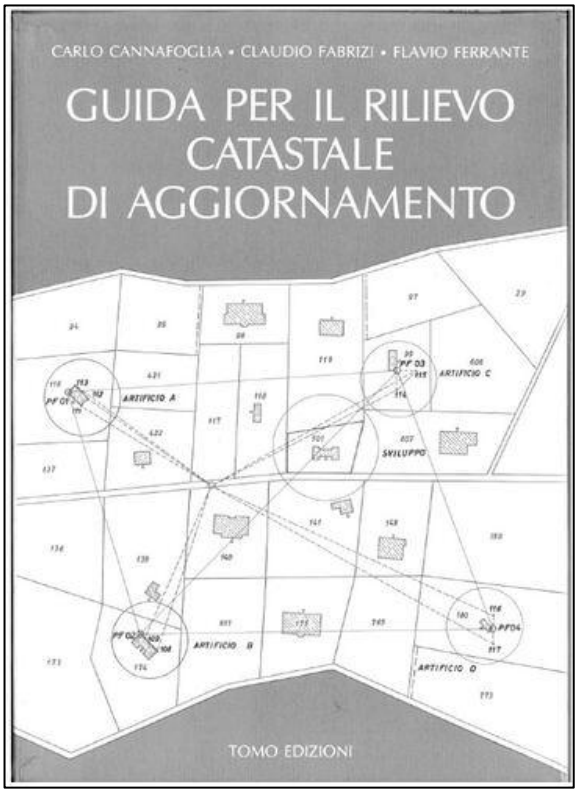


Figura 450 – *Il libro del 1989 di Carlo Cannafoglia, Claudio Fabrizi e Flavio Ferrante in cui vengono presentati numerosi artifici utili alla presentazione con Pregeo di atti catastali di aggiornamento.*

ARTIFICIO C

Il PF03 non è direttamente visibile dalla stazione 200, pertanto dalla stessa sono stati rilevati i punti 201 e 202 ed i relativi azimut di campagna sono indicati con θ_1 e θ_2.

Con lo scopo di semplificare il "libretto delle misure" vengono calcolate la distanza (b_3) e l'azimut di campagna (θ_3) dalla stazione 200 al PF03, come di seguito illustrato:

Dati:

$b_1 = 15.50$

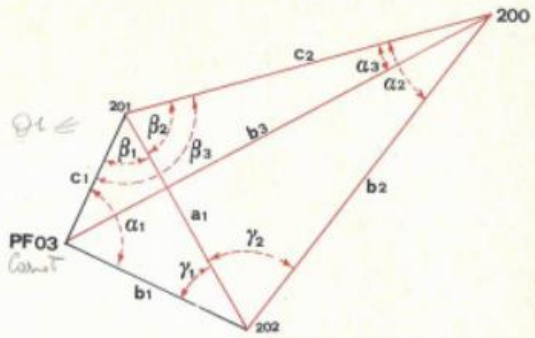
$c_1 = 10.80$

$b_2 = 28.35$

$c_2 = 30.22$

$\theta_1 = 317.2366$

$\theta_2 = 275.2341$



Si calcola:

$\alpha_2 = \theta_1 - \theta_2 = 42.0025$

$a_1 = \sqrt{c_2^2 + b_2^2 - 2 \times c_2 \times b_2 \times \cos\alpha_2} = 19{,}06$

$\cos\beta_1 = \dfrac{a_1^2 + c_1^2 - b_1^2}{2 \times a_1 \times c_1} = 0.5822$

$\beta_1 = 60.4414$

$\operatorname{sen}\beta_2 = \dfrac{b_2 \times \operatorname{sen}\alpha_2}{a_1} = 0.9117$

$\beta_2 = 73.0443$

$\beta_3 = \beta_1 + \beta_2 = 133.4857$

$b_3 = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 - 2 \times c_1 \times c_2 \times \cos\beta_3} = 36{,}85$

$\operatorname{sen}\alpha_3 = \dfrac{c_1 \times \operatorname{sen}\beta_3}{b_3} = 0.2535$

$\alpha_3 = 16.3158$

$\theta_3 = \theta_1 - \alpha_3 = 300.9208$

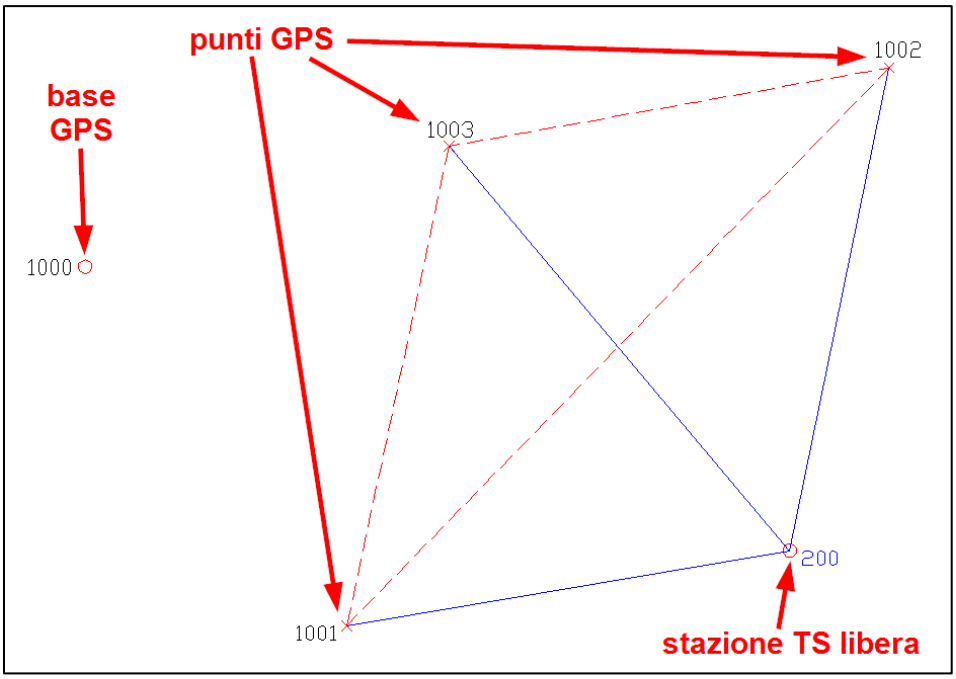
Di conseguenza il "libretto delle misure" relativo all'artificio in esame può essere compiutamente redatto nella seguente forma:

!1!200!

!2!PF03!300.9208!36.85!

Figura 451 – *L'artificio spiegato nel libro "GUIDA PER IL RILIEVO CATASTALE DI AGGIORNAMENTO": la distanza tra la stazione 200 e il PF03 (non visibile dalla stessa) viene calcolata esternamente e poi fornita a Pregeo sotto forma di riga 2 come se si fosse rilevata direttamente.*

Questo perché la distanza tra gli stessi è determinata due volte: una dalle loro coordinate locali derivanti dal calcolo GPS o delle precedenti stazioni TS, e l'altra dalle rilevazioni della stazione libera applicando il teorema di Carnot. Come vedremo al successivo paragrafo *Libretto Pregeo - Stazioni TS libere* a pag. 751, Geocat esegue il controllo tra le due distanze ed emette un opportuno messaggio di avvertimento qualora la loro differenza superi la tolleranza impostata. Questa verifica costituisce tuttavia un controllo minimale perché in topografia vale sempre il principio della ridondanza di misure quale unico e fondamentale criterio per ottenere un effettivo "auto-controllo" del proprio operato. Tornando ai due rilievi esaminati in precedenza, dobbiamo dire che non abbiamo applicato questo principio. Se esaminiamo i risultati del calcolo di Geocat notiamo che il programma ci segnala la presenza di punti isodeterminati. Nella tabella delle coordinate del rilievo di aggancio GPS + TS di Figura 448 a pag. 705 notiamo che le celle degli sqm della stazione 200 sono colorate di viola e contengono un semplice trattino anziché il valore dello sqm. Lo stesso accade nelle celle degli sqm delle stazioni 100 e 200 nella tabella dei risultati del rilievo solo TS di Figura 449 a pag. 706. Questo indica per l'appunto che tali punti non sono iperdeterminati e potrebbero essere potenzialmente affetti da errori anche grossolani. Naturalmente per quei due esempi la cosa era del tutto intenzionale per rendere il più semplice possibile l'esposizione del caso. Ma ovviamente in un rilievo reale la buona tecnica topografica impone di realizzare l'aggancio della stazione libera su almeno tre punti. In questo modo vengono a formarsi ben tre triangoli e, grazie alla sovrabbondanza di misure, si ottengono gli sqm della stazione libera che permettono di appurare eventuali difetti di rilevazione. Vediamo come applicare questo principio agli esempi di cui sopra. L'esempio di rilievo misto GPS + TS di Figura 452 è lo stesso già trattato all'inizio di questo paragrafo (Figura 446 a pag. 702) con l'aggiunta di un terzo punto GPS, il 1003, anch'esso rilevato dalla stazione libera 200. In questo caso i triangoli sui quali applicare il Metodo Porro diventano tre e tali sono anche le coppie di coordinate calcolate della 200. Il calcolo di Geocat non segnala più questa stazione come punto isodeterminato (celle degli sqm colorate in viola nell'esempio precedente) ma calcola gli sqm proprio grazie alla sovrabbondanza di misure, come si può notare dalla tabella dei risultati di Figura 452 in basso. Inoltre, nel report di dettaglio del calcolo di seguito riprodotto Geocat riporta i tre i risultati che hanno determinato la stazione 200 a partire dalla coppia di punti GPS con i relativi sqm finali risultanti dal loro confronto.



GPS Baseline GPS_TS_ST_LIBERA_3P.DB:2

	Staz.	Punto	C.p.	H	Dx	Dy	Dz	Nota	Dop	C.
1	1000	1001		0.000	60.000	80.166	-69.029		2	
2		1002		0.000	-69.858	212.481	35.719		2	
3		1003		0.000	-35.126	95.712	24.284		2	

Libretto di campagna GPS_TS_ST_LIBERA_3P.DB:1

	Staz.	Punto	C.p.	H. pr.	Ang. az.	Dist.i.	Ang. zt.	C.	Nota
1	200	1001		1.528	289.2634	123.336	106.1156		
2		1002		1.528	12.9354	136.159	108.7436		
3		1003		1.528	355.4564	145.149	105.6827		

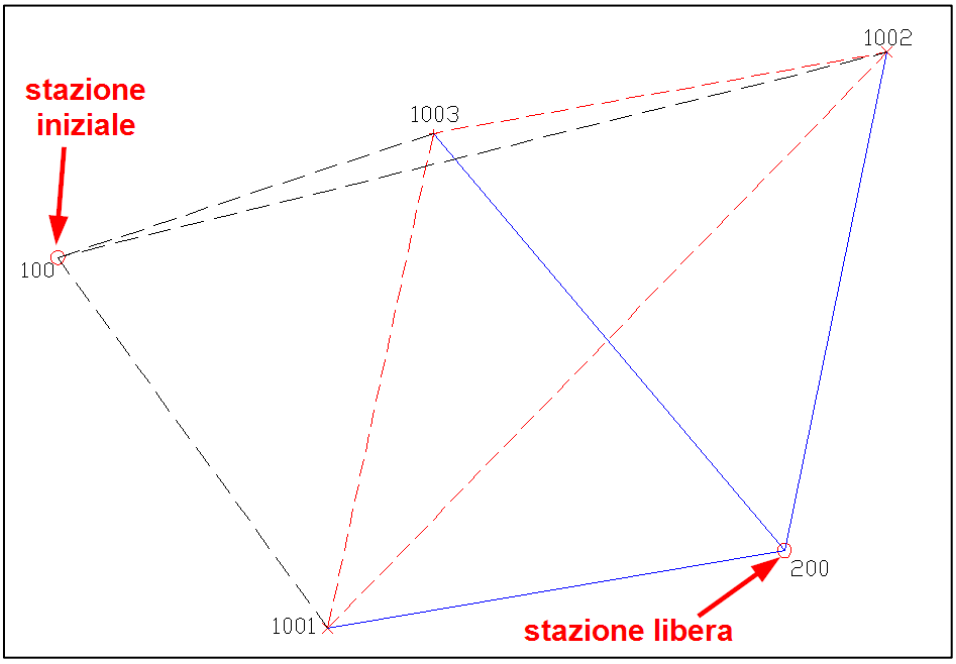
Calcolo locale GPS_TS_ST_LIBERA_3P.DB:3

	Punto	C.p.	Est	Sqm E	Nord	Sqm N	Quota Z	Sqm Z	Longit.	Latitud.
1	1000		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	7.556584	44.189770
2	1001		71.579	0.000	-98.303	0.000	2.092	0.001	7.557479	44.188885
3	1002		219.822	0.000	54.406	0.000	-4.718	0.001	7.559334	44.190259
4	1003		99.502	0.003	32.909	0.003	0.983	0.002	7.557829	44.190066
5	200		192.602	0.004	-77.694	0.003	13.925	0.001	7.558993	44.189070

Figura 452 – *L'esempio precedente di aggancio TS-GPS ampliato con un terzo punto GPS rilevato dalla stazione libera.*

```
Punto     Est          Nord         Quota    Nota: valori calcolati da
 200    192.605     -77.696      13.924   aggancio ai punti 1001-1002
 200    192.604     -77.690      13.926   aggancio ai punti 1001-1003
 200    192.598     -77.695      13.925   aggancio ai punti 1002-1003
-------------------------------------------------------------------------
        192.602     -77.694      13.925   valori finali
          0.004       0.003       0.001   sqm
```

Lo stesso risultato si ottiene anche nel secondo esempio del rilievo solo TS collegando le due stazioni 100 e 200 mediante il terzo punto 1003, come illustrato in Figura 453.



Libretto di campagna S1_S2_LIBERA_3P.DB:1

	Staz.	Punto	C.p.	H. pr.	Ang. az.	Dist. o.	Disl.	C.	Nota
1	100	1001		1.528	159.9331	121.602	2.092		
2		1002		1.528	84.5541	226.455	-4.718		
3		1003		1.528	79.6678	104.813	0.982		
4	200	1001		1.528	289.2634	122.767	-11.831		
5		1002		1.528	12.9354	134.877	-18.642		
6		1003		1.528	355.4566	144.570	-12.941		

Figura 453 – *L'esempio precedente di applicazione del Metodo Porro per il collegamento delle stazioni 100 e 200, ampliato con un terzo punto comune rilevato dalla stazione libera.*

Anche in questo caso, la stazione libera 200 non viene più segnalata come isodeterminata da Geocat che ne riporta invece gli sqm, come mostrato in Figura 454 e nel successivo estratto del report di calcolo.

Calcolo locale S1_S2_LIBERA_3P.DB:2

	Punto	C.p.	Est	Sqm E	Nord	Sqm N	Quota Z	Sqm Z	Longit.	Latitud.
1	100		0.000	–	0.000	–	0.000	–	0.000000	0.000000
2	200		192.606	0.002	-77.698	0.002	13.924	0.000	0.000000	0.000000
3	1001		71.579	0.000	-98.303	0.000	2.092	0.000	0.000000	0.000000
4	1002		219.822	0.000	54.406	0.000	-4.718	0.000	0.000000	0.000000
5	1003		99.509	0.005	32.907	0.002	0.982	0.000	0.000000	0.000000

Figura 454 – *Con il terzo punto utilizzato nel Metodo Porro, la stazione 200 risulta iperdeterminata ed è quindi possibile valutare gli sqm relativi alle misurazioni sovrabbondanti eseguite.*

```
Punto     Est          Nord        Quota    Nota: valori calcolati da
 200    192.605     -77.696      13.924   aggancio ai punti 1001-1002
 200    192.606     -77.700      13.924   aggancio ai punti 1001-1003
 200    192.609     -77.697      13.924   aggancio ai punti 1002-1003
-------------------------------------------------------------------
        192.606     -77.698      13.924   valori finali
          0.002       0.002       0.000   sqm
```

Il calcolo della stazione libera

Preciso subito che questo breve sotto-paragrafo, dedicato sempre alla stazione libera, è rivolto a chi ha una passione tale per la topografia da permettergli di apprezzare anche le analisi volte a trovare i corretti algoritmi di calcolo. L'idea di scriverlo mi è venuta dopo aver postato il paragrafo precedente su un gruppo Facebook di topografi, alcuni dei quali hanno sollevato la questione che andrò ad analizzare.

Qual è il problema?

Lo vediamo in Figura 455: la stazione libera S osserva gli angoli orizzontali (ϑ_1 e ϑ_2) e le distanze (d_1 e d_2) ai due punti *1* e *2*, noti per essere stati rilevati dal GPS o da altre stazioni calcolabili. Se ribaltiamo il triangolo *S-1-2* facendolo ruotare in 3D attorno alla congiungente *1-2*, la stazione *S* va a finire in *S'* e, da questa, sia gli angoli che le distanze ai punti *1* e *2* possono avere esattamente gli stessi valori. Il problema è pertanto quello di stabilire qual è, tra *S* e *S'*, la stazione effettiva. Naturalmente per il topografo che ha eseguito il rilievo l'ambiguità non esiste per niente; lui lo sa benissimo da che parte si trova la stazione.